R O M Â N I A
MINISTERUL APĂRĂRII NAŢIONALE
Academia Tehnică Militară
Concursul de admitere sesiunea iulie 2012
Facultatea de Mecatronică şi Sisteme Integrate de Armament

NESECRET
Exemplar unic

APROB
PREŞEDINTELE COMISIEI DE ADMITERE
Colonel prof. univ. dr. ing.
Gheorghe OLARU

C H E S T I O N A R   D E   C O N C U R S
Varianta A
Proba: „Matematică-Fizică"

1. Valoarea limitei $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+x}\right)$ este:

a) $-\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $-\infty$; d) $+\infty$; e) 0.

2. Un vas de sticlă închis conţine azot molecular cu masa molară $\mu = 28\ \text{g/mol}$, la temperatura $t = 67^\circ\text{C}$ şi presiunea $p = 1,7\ \text{bar}$. Cunoscând constanta gazelor ideale $R = 8,3143\cdot 10^3\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$, densitatea azotului în aceste condiţii are valoarea:

a) $2,80\ \text{kg/m}^3$; b) $1,68\ \text{kg/m}^3$; c) $1,90\ \text{kg/m}^3$; d) $1,49\ \text{kg/m}^3$; e) $1,29\ \text{kg/m}^3$.

3. Fie matricea $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$. Valoarea determinantului $\det\left(\mathbf{A}^{2012}\right)$ este:

a) 1; b) 3^{2012}; c) 3^{2011}; d) 0; e) 3.

4. Mulţimea tuturor soluţiilor reale ale ecuaţiei $x^2-\sqrt{1-x^2}=1$ este:

a) $\varnothing$ (nu are soluţii); b) $\{-1,0,1\}$; c) $\{-1,0\}$; d) $\{0,1\}$; e) $\{-1,1\}$.

5. Fie funcţia $f:(0,+\infty)\to$, $f(x)=\frac{1}{x^2}$ şi F primitiva sa, pentru care $F(1)=0$. Atunci valoarea $F(2)$ este:

a) $F(2)=1$; b) $F(2)=-\frac{1}{2}$; c) $F(2)=\frac{1}{2}$; d) $F(2)=0$; e) $F(2)=-1$.

6. Un corp cade liber de la înălţimea h faţă de sol. Considerând că energia potenţială este nulă la nivelul solului şi că mişcarea este fără frecare, procentul din energia mecanică iniţială pe care îl reprezintă energia cinetică a corpului la înălţimea $\frac{h}{4}$ este:

a) $12,5\%$; b) 25%; c) 50%; d) 75%; e) 90%.

7. Fie polinomul $f \in \quad [X]$ definit prin:

$$f(X) = X^4 + aX^3 + bX + c,\ a,b,c \in \quad .$$

Valorile parametrilor $a,b,c \in$ pentru care polinomul f se divide cu $g(X) = X^3 - X$ sunt:

a) $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$; b) Problema nu are soluţii; c) $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$; e) $\begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$.

8. Se consideră funcţia $f:(0,\infty) \to \quad ,\ f(x) = \mathrm{e}^{-3|\ln x|}$.

Fie parametrul real k astfel încât funcţia $g:(0,\infty) \setminus \{1\} \to \quad$, definită prin relaţia $g(x) = \dfrac{x^2 f''(x) + k\,x\,f'(x)}{f(x)}$, să fie constantă. Atunci:

a) $k=2$; b) $k=1$; c) $k=-1$; d) $k=0$; e) $k=\dfrac{1}{2}$.

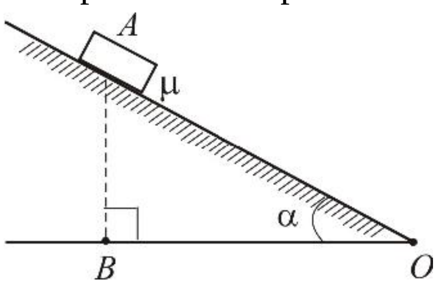
9. Timpul în care sarcina $q = 2880\ \mathrm{C}$ trece printr-o secţiune transversală a unui fir conductor parcurs de un curent de intensitate $I = 4\ \mathrm{A}$ este:

a) 10 min; b) 6 min; c) 12 min; d) 18 min; e) 5 min.

10. Soluţia ecuaţiei $C_{n+8}^{n+3} = 5A_{n+6}^{3}$ este:

a) 0; b) 7; c) -1; d) 17; e) $\varnothing$ (mulţimea vidă).

11. Un corp de masă $m = 1\,\mathrm{kg}$ este lăsat liber pe un plan înclinat din poziţia *A*, ca în figură. Cunoscând: $OA = 5\ \mathrm{m}$, $AB = 3\ \mathrm{m}$, coeficientul de frecare la alunecare $\mu = 0{,}1$ şi $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$, energia cinetică a corpului la baza planului înclinat are valoarea:



a) $20\ \mathrm{J}$; b) $22\ \mathrm{J}$; c) $34\ \mathrm{J}$; d) $18\ \mathrm{J}$; e) $26\ \mathrm{J}$.

12. Fie funcţia $f: \quad \to \quad$, $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ \dfrac{1}{x+1}-\sqrt{x}, & x\ge 0 \end{cases}$.

Aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei $g: \quad \to \quad$, $g(x)=-x\,f\left(x^2\right)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$ este egală cu:

a) $\frac{7}{3}-\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$; b) $\frac{7}{3}-\ln\frac{5}{2}$; c) $\frac{7}{3}+\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$; d) $\frac{7}{3}+\ln\frac{5}{2}$; e) $7+\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$.

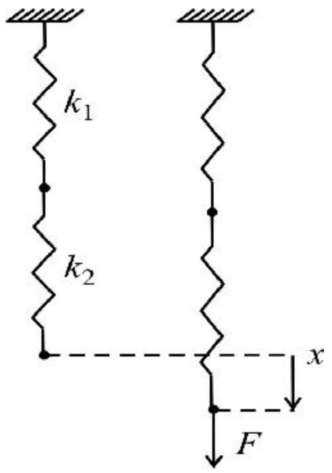
13. Fie funcţia $F:(0,\infty)\to \quad$, $F(x)=\int_0^x t^2 e^{-t}\,dt$.

Valoarea limitei $\ell=\lim_{x\to\infty} F(x)$ este:

a) $\ell=0$; b) $\ell=1$; c) $\ell=3$; d) $\ell=4$; e) $\ell=2$.

14. Două resorturi ideale de constante elastice k_1 şi k_2 sunt montate în serie, ca în figură. Acţionând asupra arcului de constantă k_2 cu forţa *F*, alungirea celor două arcuri este:

a) $F\frac{k_1+k_2}{k_1k_2}$; b) $F\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}$; c) $F\frac{k_1+k_2}{2k_1k_2}$; d) $F\frac{k_1+2k_2}{k_1k_2}$; e) $F\frac{2k_1+k_2}{2k_1k_2}$.



15. Se consideră funcţia $f: \quad \to \quad$, $f(x)=\begin{cases} ae^{3x}, & \text{dacă } x\le 0 \\ \sin 6x+b\cos 4x, & \text{dacă } x>0 \end{cases}$.

Fie *a*, *b* valorile parametrilor reali pentru care funcţia *f* este derivabilă pe   şi $S=a\cdot b$. Atunci:

a) $S=9$; b) $S=1$; c) $S=4$; d) $S=0$; e) $S=16$.

16. Fie funcţia $f: \quad \to \quad$, $f(x) = \mathrm{e}^{2x}\left(x^2 - x - \frac{17}{2}\right)$.

Dacă notăm cu m valoarea minimă, iar cu M valoarea maximă a funcţiei f pe intervalul $[-5,1]$, atunci valoarea produsului $m \cdot M$ este egală cu:

a) 0; b) $-80\,\mathrm{e}^{-4}$; c) $\frac{121}{2}\mathrm{e}^{-3}$; d) $-\frac{85}{4}\mathrm{e}^{2}$; e) $-\frac{119}{4}\mathrm{e}^{-4}$.

17. Fie sistemul:

$$\begin{cases} 3\mathbf{X} - 2\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ 4\mathbf{X} - \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -6 \\ -1 & 4 & 7 \\ 10 & 1 & 3 \end{pmatrix} \end{cases} \quad \mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \mathcal{M}_3(\quad).$$

Soluţia sistemului este:

a) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ -1 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$;

c) $\mathbf{X} = I_3$; $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; d) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & -2 & 5 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}$;

e) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

18. Două bare metalice confecţionate din materiale diferite au la temperatura de $0^\circ\mathrm{C}$ lungimile ℓ_{01}, respectiv ℓ_{02}. Coeficienţii de dilatare termică liniară ai celor două bare fiind α_1, respectiv α_2, temperatura la care barele au aceeaşi lungime este:

a) $t = \frac{\ell_{01} - \ell_{02}}{\ell_{02}\alpha_2 - \ell_{01}\alpha_1}$; b) $t = \frac{\ell_{02} - \ell_{01}}{\ell_{02}\alpha_2 - \ell_{01}\alpha_1}$; c) $t = \frac{\ell_{01} + \ell_{02}}{\ell_{02}\alpha_2 - \ell_{01}\alpha_1}$;

d) $t = \frac{\ell_{01} - \ell_{02}}{\ell_{01} + \ell_{02}}(\alpha_1 + \alpha_2)$; e) $t = \frac{\ell_{01} - \ell_{02}}{\ell_{01}\alpha_1 + \ell_{02}\alpha_2}$.

Toate cele **18 probleme** sunt **obligatorii**.

Fiecare problemă se cotează cu **un punct**.

Media probei de concurs se calculează împărţind numărul de puncte acumulate la cele 18 probleme (numărul de probleme rezolvate corect) la cifra doi, la care se adaugă un ***punct din oficiu***.

Timp de lucru efectiv – 3 ore.

Secretarul comisiei de admitere
Colonel prof. univ. dr. ing.
Doru-Adrian GOGA