

SUBIECTELE

PENTRU PROBA a II-a – MATEMATICĂ

1. Se consideră funcția $f: [-1, 3] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Mulțimea $Im f$ este:

- a) $[0, 8]$
- b) $[-1, 8]$
- c) $[3, 8]$
- d) \mathbf{R}

2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - x$, $g(x) = x - 1$. Funcția $f \circ g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este:

- a) constantă
- b) crescătoare
- c) strict crescătoare
- d) strict monotonă

3. Dacă numerele reale pozitive $x, 8, y, 18$ sunt în progresie geometrică, atunci x are valoarea:

- a) 6
- b) $\frac{16}{3}$
- c) $\frac{64}{13}$
- d) 3

4. Dacă S este suma soluțiilor ecuației $\left[\frac{x+2}{3}\right] = \frac{x-1}{4}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a lui a , atunci:

- a) $S = -10$
- b) $S = -14$
- c) $S = -18$
- d) $S = -21$

5. În triunghiul ABC punctele M, N, P sunt mijloacele segmentelor $[BC], [CA]$, respectiv $[AM]$. Raportul $\frac{\text{aria}(\Delta MNP)}{\text{aria}(\Delta ABC)}$ are valoarea:

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{1}{8}$
- d) $\frac{1}{9}$

6. Dacă z_1 și z_2 sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^2 - z + 1 = 0$, atunci $z_1^{2015} + z_2^{2015}$ este:

- a) -1
- b) 1
- c) 0
- d) 2

7. Dacă $E(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi + x) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi + x)$, $x \in \mathbf{R}$, atunci:

- a) $E(x) = 2(\cos x - \sin x)$
- b) $E(x) = 0$
- c) $E(x) = \cos x - \sin x$
- d) $E(x) = 2\cos x$

8. Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $C_{5x}^{x^2+4} = 1$ este:

- a) $\{1, 4\}$
- b) $\{1, 2, 3, 4\}$
- c) $\{1\}$

d) {4}

9. Mulțimea valorilor lui m pentru care punctul $A(m, m - 1)$, $m \in \mathbb{R}$, se află situat la distanța 1 de dreapta $-3x + 4y - 1 = 0$ este:

- a) {0,10}
- b) {0}
- c) {10}
- d) {0,5}

10. Dacă $\log_a \frac{a}{2} = \log_{\frac{b}{2}} b$, unde $a \in (0,1) \cup (1, \infty)$ și $b \in (0,2) \cup (2, \infty)$, atunci între a și b există relația:

- a) $a+b=2$
- b) $a+b=1$
- c) $ab=1$
- d) $ab=2$

11. Soluția ecuației matriceale $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 5 \end{pmatrix}$ este:

- a) (1 3 4)
- b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
- c) (2 -4 6)
- d) $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$

12. Soluția rațională a ecuației $\begin{vmatrix} 3-x & 1 & 3 \\ 1 & 2-x & 2 \\ 2 & 3 & 1-x \end{vmatrix} = 0$ este:

- a) 7
- b) 0
- c) 6
- d) -6

13. Mulțimea valorilor reale ale parametrului m astfel încât matricea $A = \begin{pmatrix} 5 & m+1 & x+1 \\ x & x-1 & 1 \\ 2 & m & 1 \end{pmatrix}$ să fie inversabilă, $(\forall)x \in \mathbb{R}$, este:

- a) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3}, 1 \right\}$
- b) $\left(-\infty, \frac{2}{3} \right) \cup (1, \infty)$
- c) $\left[\frac{2}{3}, 1 \right]$
- d) $\left(\frac{2}{3}, 1 \right)$

14. Valoarea naturală a lui n pentru care punctele $A(1-n, 2)$, $B(2,0)$ și $C(1,1)$ sunt coliniare este:

- a) 3
- b) 4
- c) 1
- d) 2

15. Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 3y + 4z = 2 \\ 2x + my - 6z = -1 \\ -2x + 6y + 4z = -5 \end{cases}$ este compatibil determinat dacă mulțimea valorilor reale ale lui m este:

- a) $\mathbb{R} \setminus \{8\}$

- b) $\mathbf{R} \setminus \{-8\}$
- c) $\mathbf{R} \setminus \{2\}$
- d) $\mathbf{R} \setminus \{-6\}$

16. Valorile parametrilor reali a și b pentru care polinomul $f = X^3 + aX^2 + 2X + b$ are rădăcina i :

- a) sunt $a = -1, b = -1$
- b) sunt $a = 0, b = -1$
- c) nu există
- d) sunt $a = 2, b = -4$

17. În \mathbf{Z}_{24} se consideră ecuația $\hat{2}x = \hat{4}$. Produsul soluțiilor ecuației este:

- a) $\hat{4}$
- b) $\hat{6}$
- c) $\hat{2}$
- d) $\hat{8}$

18. Se consideră grupurile $G = (R, +)$ și $H = (R, *)$, unde „+” este adunarea numerelor reale, iar „*” este definită prin $x * y = x + y + 1, (\forall) x, y \in R$. Funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = ax + b$, este un izomorfism de la G la H dacă și numai dacă:

- a) $a = 1, b = -1$
- b) $a = -1, b = -1$
- c) $a \neq 0, b = -1$
- d) $a = 1, b = 0$

19. Dacă x_1, x_2, \dots, x_n sunt rădăcinile ecuației $(n - 1)x^n - nx^{n-1} + 1 = 0$, unde $n \in N, n > 4$, atunci suma $S = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \dots + \frac{1}{x_n^2}$ este:

- a) 2
- b) -1
- c) 0
- d) 1

20. Elementul neutru al legii de compoziție definită pe R prin $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12, (\forall) x, y \in R$, este:

- a) 4
- b) 0
- c) 2
- d) 1

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}$, unde $a, b, c \in (1, \infty)$, este:

- a) $\sqrt[3]{abc}$
- b) $\frac{abc}{3}$
- c) $\ln(abc)$
- d) $\ln \sqrt[3]{abc}$

22. Funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}, & x \neq 3 \\ a, & x = 3 \end{cases}$, este continuă pe R pentru:

- a) $a \in \{0\}$
- b) $a \in \{1\}$
- c) $a \in \{-1\}$
- d) $a \in \{2\}$

23. Valoarea reală a lui a pentru care funcția $f: D \rightarrow R, f(x) = \frac{x^3}{x^2 + ax + a}$, unde D este domeniul maxim de definiție, are o singură asimptotă verticală este:

- a) 2

- b) 6
- c) 4
- d) 1

24. Derivata funcției $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$, este:

- a) $f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$
- b) $f'(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$
- c) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$
- d) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

25. Ecuația tangentei la graficul funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$, în punctul de abscisă $x_0 = 0$ este:

- a) $2x - y + 2 = 0$
- b) $x - 2y + 2 = 0$
- c) $x - y - 2 = 0$
- d) $x + y - 2 = 0$

26. Mulțimea primitivelor funcției $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$, este:

- a) $-\frac{1}{\ln x} + C$
- b) $\frac{1}{\ln x} + C$
- c) $\ln x + C$
- d) $\ln^2 x + C$

27. Valoarea integralei $\int_1^e x e^x dx$ este:

- a) $e^e (e + 1)$
- b) $e^e + e$
- c) $e^{e+1} - e^e$
- d) $e^e - e$

28. Volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $f: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$, este:

- a) $\frac{53\pi}{5}$
- b) $\frac{\pi}{5}$
- c) 14π
- d) $\frac{71\pi}{5}$

29. Valoarea integralei $\int_0^2 \min\left(x^2, \frac{1}{9}\right) dx$ este:

- a) $\frac{1}{9}$
- b) $\frac{1}{81}$
- c) $\frac{5}{27}$
- d) $\frac{16}{81}$

30. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$. Dacă notăm cu $A(t)$ aria suprafeței determinată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = t$, $x = 2t$, $t > 0$, atunci $\lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$ este:

- a) ∞
- b) $\ln 2$
- c) $\ln 4$
- d) 0

NOTĂ: Timpul de lucru 180 de minute.

Toți itemii sunt obligatorii. Pentru fiecare item corect rezolvat se acordă 0,3 puncte. Se alocă 1 punct din oficiu.

GRILĂ DE EVALUARE

PROBA a II-a – MATEMATICĂ

1.	a	b	c	d	2.	a	b	c	d	3.	a	b	c	d
4.	a	b	c	d	5.	a	b	c	d	6.	a	b	c	d
7.	a	b	c	d	8.	a	b	c	d	9.	a	b	c	d
10.	a	b	c	d	11.	a	b	c	d	12.	a	b	c	d
13.	a	b	c	d	14.	a	b	c	d	15.	a	b	c	d
16.	a	b	c	d	17.	a	b	c	d	18.	a	b	c	d
19.	a	b	c	d	20.	a	b	c	d	21.	a	b	c	d
22.	a	b	c	d	23.	a	b	c	d	24.	a	b	c	d
25.	a	b	c	d	26.	a	b	c	d	27.	a	b	c	d
28.	a	b	c	d	29.	a	b	c	d	30.	a	b	c	d

NOTĂ: Fiecare item se evaluează cu 0,3 puncte.
Din oficiu se acordă 1 punct.