Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real x pentru care numerele 5, $2x+3$, $2x+7$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Arătați că, pentru orice număr real m, graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+(m-1)x-m$ intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2-x}=2x-1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice relaţia $5^{n-1}>(n+1)!$.

5p **5.** Determinați numerele reale a și b, știind că, în reperul cartezian xOy, punctul de intersecție a dreptelor $x+(2a+1)y-4=0$ și $3x+by-8=0$ este $M(a,-2)$.

5p **6.** Arătați că $\dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\operatorname{tg} x$, pentru orice număr real $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & x & \frac{1}{x}\\ 1 & y & \frac{1}{y}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale nenule.

5p **a)** Arătaţi că $D\left(2,\dfrac{1}{2}\right)=0$.

5p **b)** Arătaţi că $D(x,y)=-\dfrac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$, pentru orice numere reale nenule x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D(\log_2 x,\ 2)=0$.

2. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1&2&a\\a&1&2\\2&a&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $2A(1)-A(-1)=A(3)$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)+bI_3=2\left(A(1)-I_3\right)\left(A(1)-I_3\right)$.

5p **c)** Arătaţi că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{x+1}{x}$ și șirul de numere reale $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n=f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$.

5p **a)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **b)** Arătați că șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este crescător.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)(a_n-\ln n)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a+1, & x\le 1\\ x^2+a^2x, & x>1\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Determinați numerele reale a pentru care funcția f este continuă în $x=1$.

5p **b)** Pentru $a=2$, calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)+x}\right)$.

5p **c)** Pentru $a=-1$, arătați că ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$.