

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați  $a_{2015}$ , știind că  $(a_n)_{n \geq 1}$  este progresie aritmetică cu  $a_1 = 2015$  și  $r = -1$ .
- 5p 2. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $A(2, -3)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu 2 elemente ale mulțimii  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ , aceasta să fie formată doar din pătrate perfecte.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5, -2)$  și  $C(1, 2)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că patrulaterul  $OABC$  este paralelogram.
- 5p 6. Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 3\sqrt{3}$  și  $BD = 6$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul  $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Calculați  $D(1)$ .
- 5p b) Arătați că  $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $D(2^x - 3) = 0$ .
2. Se consideră matricea  $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $X(-1) + X(1) = 2X(0)$ .
- 5p b) Arătați că  $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui  $a$  pentru care matricea  $X(a)$  este inversabilă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ .
- 5p a) Arătați că dreapta de ecuație  $x=1$  este asimptotă verticală la graficul funcției  $f$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ .
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ 2x^3 + (a-3)x - 4, & x > -1 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real  $a$  pentru care funcția  $f$  este continuă în  $x = -1$ .
- 5p b) Arătați că  $f(x) + 2 \leq 0$ , pentru orice  $x \leq -1$ .
- 5p c) Pentru  $a = -1$ , arătați că ecuația  $f(x) = 0$  are cel puțin o soluție în intervalul  $[0, 2]$ .