EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Probă scrisă la matematică - Proba E c)

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $-1 \le \frac{x+1}{3} \le 1$.

5p **2.** Determinați funcția de gradul al doilea al cărei grafic conține punctele $A(0,0), B(2,2), C(-1,2)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+3) - \log_2 x = 2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând la întâmplare un element n din mulțimea $\{1,2,3,4\}$ acesta să verifice inegalitatea $2^n \ge n^2$.

5p **5.** În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(2,0), B(1,-1), O(0,0)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB = 6$ și $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați determinantul matricei A.

5p **b)** Verificați dacă $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde A^{-1} este inversa matricei A.

5p **c)** Rezolvați ecuația $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

2. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_3[X], f = X^3 + \hat{2}X^2$ și mulțimea $G = \left\{ g = aX^3 + bX^2 + cX + d \,\middle|\, a,b,c,d \in \mathbb{Z}_3 \right\}$.

5p **a)** Calculați $f(\hat{1})$.

5p **b)** Determinați rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul elementelor mulțimii G.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x}{1+x}$.

5p **a)** Demonstrați că $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{x}{x+1}$, oricare ar fi $x \in [0,1]$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este crescătoare pe $[0,1]$.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{2}{e} \le \frac{1}{f(x)} \le 1$, oricare ar fi $x \in [0,1]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+3}, \text{ pentru } x\geq 1\\ 2x, \text{ pentru } x<1\end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$.

5p **c)** Calculați $\int_1^{\sqrt{6}} x\cdot f(x)dx$.