

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Ordonăți crescător numerele $\sqrt{12}$, $2\sqrt{2}$ și 3.
- 5p** 2. Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$.
- 5p** 3. Se consideră funcțiile $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_2(x+1)$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow (-1, +\infty)$, $g(x) = 2^x - 1$.
Calculați $f(g(1))$.
- 5p** 4. Numărul submulțimilor cu două elemente ale unei mulțimi este egal cu 10. Determinați numărul elementelor mulțimii.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(5,1)$, $B(3,5)$. Calculați lungimea medianei din vârful O în triunghiul OAB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul MNP cu $MP = 6$, $\sin N = \frac{3}{5}$ și $\sin P = \frac{4}{5}$. Calculați lungimea laturii (MN).

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} mx - 2y + z = 1 \\ 2x - my - 3z = 3 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că suma elementelor de pe diagonala principală a matricei sistemului este egală cu 2.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care matricea sistemului are determinantul diferit de zero.
- 5p** c) Pentru $m = 1$, arătați că $y_1^2 = x_1 \cdot z_1$, unde (x_1, y_1, z_1) este soluția sistemului.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 + mX + 1$, unde $m \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Pentru $m = 0$, calculați restul împărțirii polinomului f la $X - 1$.
- 5p** b) Arătați că polinomul f este divizibil cu $X + 1$, pentru orice număr real m .
- 5p** c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{10x}{(x^2 + 2)^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{3}$, pentru orice $x \in [0, 1]$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.
- 5p** a) Calculați I_1 .

5p b) Arătați că $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Demonstrați că $\frac{1}{4026} \leq I_{2012} \leq \frac{1}{2013}$.