**Examenul de bacalaureat național 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Test 2**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\sqrt{11}\left(\sqrt{11}+1\right)-\left(\sqrt{11}+3\right)=\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}+\sqrt{11}-\sqrt{11}-3=$ | **2p** |
| | $=11-3=8$ | **3p** |
| **2.** | $f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0$ | **2p** |
| | Abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ sunt $x=2$ și $x=3$ | **3p** |
| **3.** | $x^2+2=27 \Rightarrow x^2-25=0$ | **2p** |
| | $x=-5$ sau $x=5$, care convin | **3p** |
| **4.** | Numărul dreptelor determinate de câte două dintre aceste puncte este egal cu $C_4^2=$ | **2p** |
| | $=\dfrac{4!}{2!(4-2)!}=6$ | **3p** |
| **5.** | $N$ este mijlocul segmentului $MP$, unde $P(a,b)$ este simetricul punctului $M$ față de punctul $N$, deci $2=\dfrac{-1+a}{2}$ și $1=\dfrac{2+b}{2}$ | **3p** |
| | $a=5$ și $b=0$ | **2p** |
| **6.** | $\cos B=\dfrac{BC^2+AB^2-AC^2}{2\cdot BC\cdot AB}=$ | **2p** |
| | $=\dfrac{81+18-45}{2\cdot 9\cdot 3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, de unde obținem că măsura unghiului $B$ este de $45°$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $A(1)=\begin{pmatrix}-9 & 8\\ -5 & 5\end{pmatrix} \Rightarrow \det A=\begin{vmatrix}-9 & 8\\ -5 & 5\end{vmatrix}=(-9)\cdot 5-(-5)\cdot 8=$ | **3p** |
| | $=-45+40=-5$ | **2p** |
| **b)** | $A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1-10b-10a+100ab-40ab & 8b-80ab+8a+32ab\\ -5a+50ab-5b-20ab & -40ab+1+4a+4b+16ab\end{pmatrix}=$ | **3p** |
| | $\begin{pmatrix}1-10(a+b-6ab) & 8(a+b-6ab)\\ -5(a+b-6ab) & 1+4(a+b-6ab)\end{pmatrix}=A(a+b-6ab)$, pentru orice numere reale $a$ și $b$ | **2p** |
| **c)** | $A(m+n-6mn)=A(6-5mn)$, deci $mn-m-n+6=0$ | **2p** |
| | $(m-1)(n-1)=-5$ și, cum $m$ și $n$ sunt numere naturale, obținem $m=0$, $n=6$ sau $m=6$, $n=0$ | **3p** |
| **2.a)** | $1*3=1\cdot 3-3\cdot 1-3\cdot 3+12=$ | **3p** |
| | $=3-3-9+12=3$ | **2p** |
| **b)** | $x*y=xy-3x-3y+9+3=$ | **3p** |
| | $=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **c)** | $x * x = (x-3)^2 + 3$, $x * x * x = (x-3)^3 + 3$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| | $(x-3)^3 + 3 = x$, deci $x = 2$, $x = 3$ sau $x = 4$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x) = 5x^4 - 5 = 5\left(x^4 - 1\right) =$ | **3p** |
| | $= 5\left(x^2 - 1\right)\left(x^2 + 1\right) = 5(x-1)(x+1)\left(x^2 + 1\right)$, $x \in \mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | $f''(x) = 20x^3$, $x \in \mathbb{R}$ | **2p** |
| | $f''(x) \le 0$ pentru orice $x \in (-\infty, 0]$, deci funcția $f$ este concavă pe $(-\infty, 0]$ | **3p** |
| **c)** | $f'(x) \le 0$, pentru orice $x \in [-1,1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-1,1] \Rightarrow f(x) \le f(-1)$, pentru orice $x \in [-1,1]$ | **2p** |
| | $f(-1) = 2024$, deci $f(x) \le 2024$ pentru orice $x \in [-1,1]$, deci ecuația $f(x) = 2025$ **nu** admite nicio soluție în intervalul $[-1,1]$ | **3p** |
| **2.a)** | $F'(x) = f(x) = \sin x$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | Cum $\sin x \ge 0$, pentru orice $x \in [0,\pi]$, obținem $F'(x) \ge 0$, pentru orice $x \in [0,\pi]$, deci orice primitivă $F$ a funcției $f$ este crescătoare pe $[0,\pi]$ | **2p** |
| **b)** | $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2f(x)f'(x)\,dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2\sin x\cos x\,dx = \sin^2 x \Big\|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} =$ | **3p** |
| | $= \sin^2\frac{\pi}{3} - \sin^2\frac{\pi}{4} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$ | **2p** |
| **c)** | $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(-\cos x)'\,dx = -x\cos x \Big\|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx =$ | **2p** |
| | $= -\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} + \sin x \Big\|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin\frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$ | **3p** |