

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 11

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $2 \cdot 10 - 10 : (1 + 4)$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{2a}{9} = \frac{4}{3b}$, atunci numărul $a \cdot b - 2$ este egal cu

5p 3. Suma pătratelor numerelor întregi din intervalul $[-1, 2)$ este egală cu

5p 4. Pătratul $ABCD$ are latura de 5 cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu ... cm .

5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu înălțimea VO . Unghiul dreptelor VO și AB are măsura de ... ° .

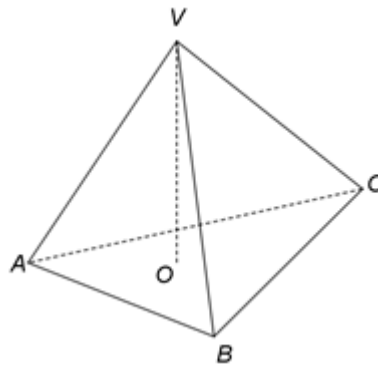
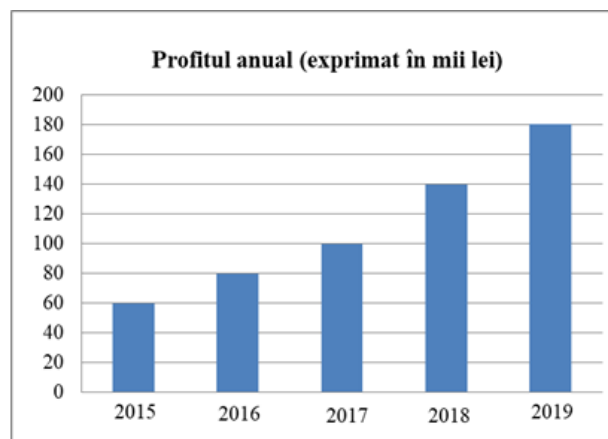


Figura 1

5p 6. În diagrama de mai jos este prezentat profitul anual, exprimat în mii lei, realizat de o firmă în fiecare dintre ultimii cinci ani.



Conform informațiilor din diagramă, media profitului firmei, pentru ultimii cinci ani, este egală cu ... mii lei .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$.

5p 2. Determinați cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, știind că a , b și c sunt cifre distincte.

5p 3. Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs 40% din lungimea traseului, în a doua zi turistul a parcurs $\frac{5}{6}$ din distanța rămasă de parcurs după prima zi, iar în a treia zi restul de 3 km. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.

4. Se consideră numerele reale $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{3}$ și $b = \frac{\sqrt{26^2 - 10^2}}{\sqrt{20^2 - 16^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

5p a) Arătați că $a = 2\sqrt{3}$.

5p b) Calculați $(a+b)|a-b|$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x(3x-2)^2 - 2(x^2-2x)(3x-2) + x(x^2-4x+4)$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a , $E(-a) + E(a) = 0$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 10\sqrt{2}$ cm, $BC = 20$ cm. Se consideră punctul E , mijlocul laturii BC și punctul F situat pe segmentul AE , astfel încât $BF \perp AE$.

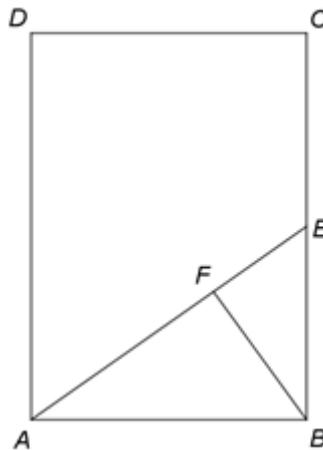


Figura 2

5p a) Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $200\sqrt{2}$ cm².

5p b) Arătați că lungimea segmentului EF este egală cu $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

5p c) Demonstrați că punctele B , F și D sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru $ABCD$ cu $AB = AC = AD = 10$ cm. Triunghiul BCD este echilateral, are perimetrul egal cu 30 cm, iar punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC , respectiv AD .

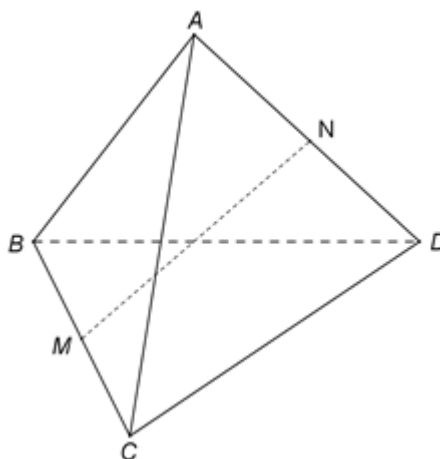


Figura 3

5p a) Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p b) Demonstrați că, dacă P este mijlocul segmentului BD , atunci dreapta MP este paralelă cu planul (ACD) .

5p c) Demonstrați că unghiul dreptelor AB și MN are măsura egală cu 45° .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 12

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $8 \cdot 6 - 6 : 2$ este egal cu
- 5p 2. Opt cărți de același fel costă în total 40 de lei. Două dintre aceste cărți costă în total ... lei.
- 5p 3. Cel mai mic număr natural care aparține intervalului $[-3, 4]$ este
- 5p 4. Dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 6$ cm și $BC = 4$ cm. Perimetrul acestui dreptunghi este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor AD și BB' are măsura de ... °.

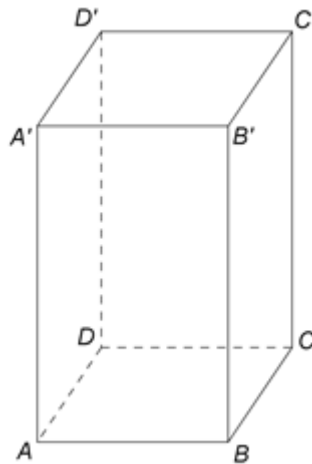
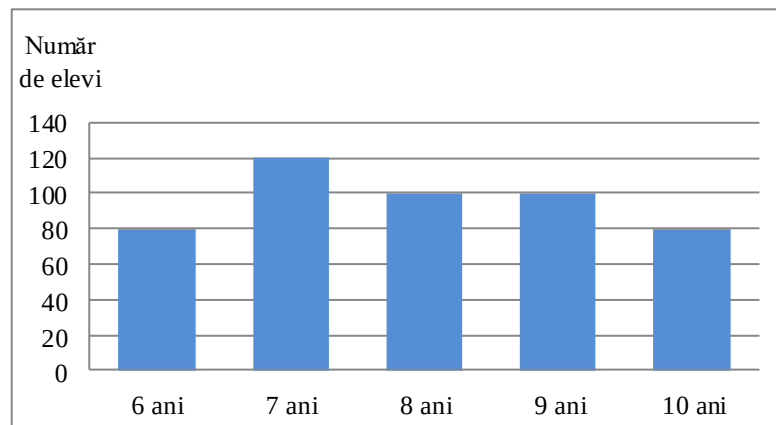


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartitia după vârstă a elevilor unui club sportiv.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor acestui club sportiv care au vârsta de cel mult 8 ani este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un triunghi echilateral ABC .
- 5p 2. Știind că $a - \frac{1}{a} = 3$, unde a este număr real nenul, arătați că $a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$.
- 5p 3. Un test conține 30 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu. Alina, care a răspuns la toate cele 30 de întrebări, a obținut 122 de puncte. Determinați numărul de întrebări din test la care Alina a răspuns corect.

4. Se consideră numerele reale $a = 3 + 2\sqrt{2} + |2\sqrt{2} - 3|$ și $b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right)$.

5p a) Arătați că $a = 6$.

5p b) Calculați partea întreagă a numărului $N = \sqrt{a+b}$.

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 - (x-3)(x+7) - 2(x-2)^2$, unde x este număr real. Determinați numărul real a pentru care $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 20$ cm, $AD = 10$ cm și $CD = 10$ cm și un pătrat $ADMN$.

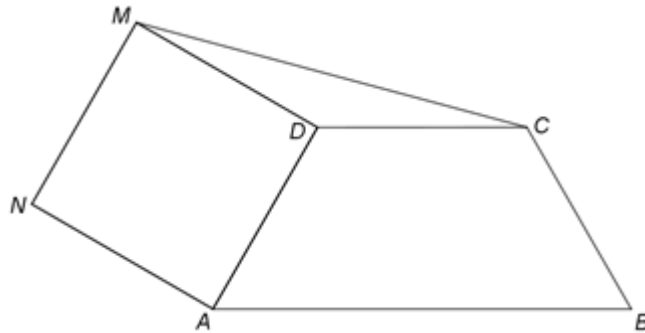


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 50 cm.

5p b) Calculați măsura unghiului DCM .

5p c) Demonstrați că punctele B , D și M sunt coliniare.

2. În Figura 3 este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu latura de 8 cm și $MO \perp (ABC)$, unde $\{O\} = AC \cap BD$, cu $MO = 4\sqrt{6}$ cm.

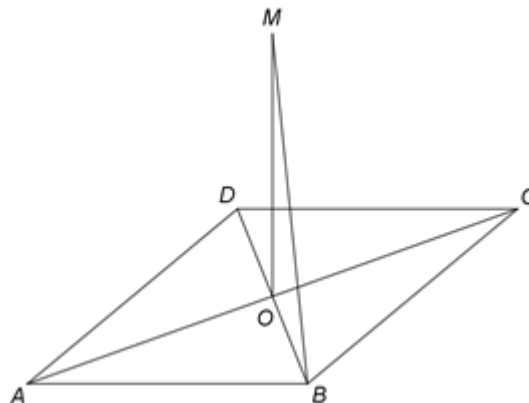


Figura 3

5p a) Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 64cm^2 .

5p b) Determinați măsura unghiului dintre dreapta MB și planul (ABC) .

5p c) Știind că punctul N este proiecția punctului O pe planul (MBC) , demonstrați că N este ortocentrul triunghiului MBC .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 13

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $(2+3) \cdot 10 - 10 : 5$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{x+2}{12} = \frac{7}{6}$, atunci x este egal cu

5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[-1, 7)$ este

5p 4. Pătratul $ABCD$ are latura de 5 cm. Diagonala acestui pătrat are lungimea egală cu ... cm .

5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Unghiul dreptelor AB și DG are măsura de ... ° .

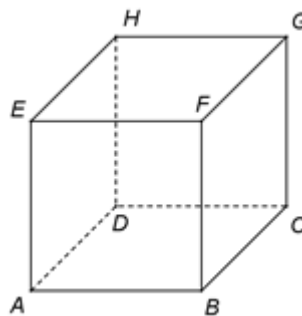
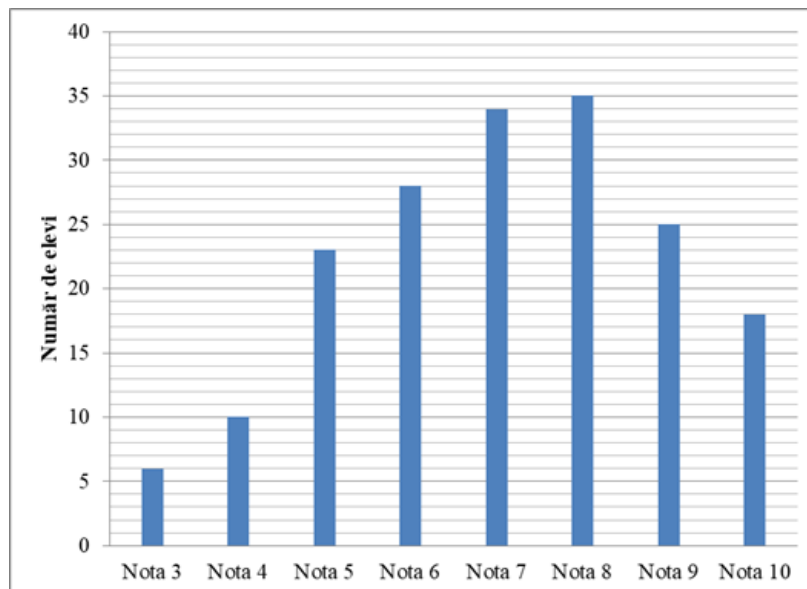


Figura 1

5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția notelor obținute la un test inițial la matematică, de elevii claselor a VIII-a dintr-o școală.



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor care au obținut nota 8 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut nota 4 cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$.

5p 2. Determinați numerele prime a , b și c , știind că $a < b < c$ și $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 154$.

5p 3. Prețul unui obiect este 360 de lei. După o ieftinire cu $p\%$ din prețul obiectului, urmată de o nouă ieftinire cu 25%, noul preț va fi 243 de lei. Determinați numărul p .

4. Se consideră numerele reale $x = 2\sqrt{3}(\sqrt{75} - 2\sqrt{108} + \sqrt{243})$ și $y = \left(\frac{2}{5\sqrt{7}} + \frac{5}{2\sqrt{7}}\right) \cdot \sqrt{700} - \sqrt{(-2)^2}$.

5p a) Arătați că $x = 12$.

5p b) Calculați diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 + x(x-15) - 4(x-1)^2 + 1$, unde x este număr real. Calculați $N = a^2 + b^2$, unde a și b , cu $a < b$, sunt numerele reale pentru care $E(x) = (x+a)(x+b)$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un romb $ABCD$ cu $AB = 18$ cm și $m(\angle ABC) = 60^\circ$.

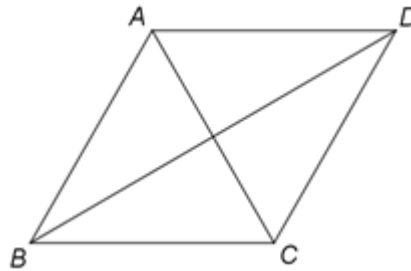


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu 72 cm.

5p b) Arătați că lungimea diagonalei BD este egală cu $18\sqrt{3}$ cm.

5p c) Pe laturile AB , BC , CD și DA ale rombului $ABCD$ se consideră punctele M , N , P , respectiv Q , astfel încât $MN \parallel AC$ și $MNPQ$ este pătrat. Demonstrați că $(\sqrt{3} + 1)MN = BD$.

2. În Figura 3 este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC cu $AB \perp AC$, $AB = 4\sqrt{10}$ cm, $AC = 12\sqrt{10}$ cm și $PA \perp (ABC)$, $PA = 12$ cm. Punctul D este proiecția punctului A pe dreapta BC .

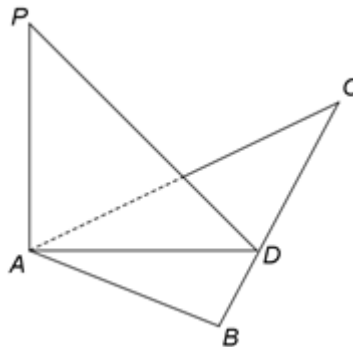


Figura 3

5p a) Arătați că $BC = 40$ cm.

5p b) Determinați măsura unghiului dintre dreapta PD și planul (ABC) .

5p c) Demonstrați că numărul care reprezintă distanța, măsurată în centimetri, de la punctul A la planul (PBC) aparține mulțimii $I = (8,46; 8,52)$. Se presupune cunoscut faptul că $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 14

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $(4+7) \cdot 6 - 2 \cdot 3$ este egal cu
- 5p 2. Zece caiete de același fel costă în total 30 de lei. Șapte dintre aceste caiete costă în total ... lei.
- 5p 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 4\}$ este egală cu
- 5p 4. Perimetrul unui romb este egal cu 48 cm. Lungimea laturii acestui romb este egală cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o prismă triunghiulară cu baza triunghi echilateral. Unghiul dreptelor AB și $A'C'$ are măsura de ... °.

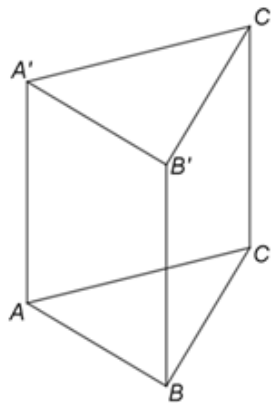
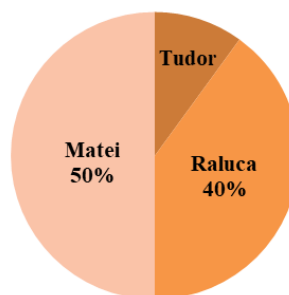


Figura 1

- 5p 6. Rezultatele votului pentru alegerea reprezentantului consiliului elevilor unei școli sunt prezentate în diagrama de mai jos.

Consiliul Elevilor
Rezultate vot



Conform informațiilor din diagramă, numărul elevilor din școală care au votat cu Matei este mai mare decât numărul elevilor care au votat cu Tudor de ... ori.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.
- 5p 2. Determinați numerele naturale $\overline{abc}$ cu $a < b < c$, știind că $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 132$ și că b este media aritmetică a numerelor a și c .
- 5p 3. Mihai a primit de la părinți o sumă de bani. După ce a cheltuit două cincimi din această sumă și apoi 25% din rest, lui Mihai i-au mai rămas 54 de lei. Calculați suma de bani pe care a primit-o Mihai de la părinți.

4. Se consideră numerele reale $x = (3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + \sqrt{405}) \cdot 0,3$ și $y = \left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{189}}{\sqrt{28}} \right) : \frac{3}{\sqrt{3}} - |2\sqrt{5} - 5|$.

5p a) Arătați că $x = 3\sqrt{5}$.

5p b) Determinați numărul prim p , știind că numărul natural $N = (x + y)^{2020}$ este divizibil cu p .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - 3(x-1)(x+3) + (x-2)^2 - 31$, unde x este număr real. Calculați valoarea absolută a numărului $A = E(1) - E(2) + E(3) - E(4) + \dots + E(2019) - E(2020)$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În Figura 2 este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AD = 6$ cm și $AB = 16$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv CD . Punctele E și F sunt situate pe segmentele BM , respectiv DN , astfel încât $EF \perp MN$ și $ME = NF = 6$ cm.

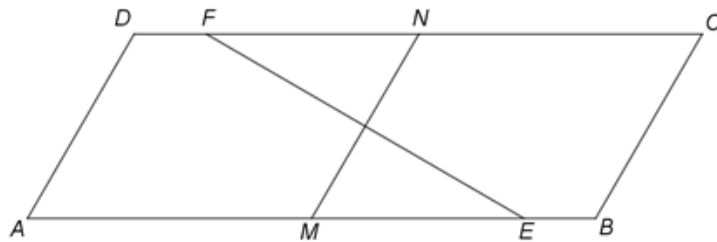


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 44 cm.

5p b) Demonstrați că dreapta MN este mediatoarea segmentului EF .

5p c) Calculați aria paralelogramului $ABCD$.

2. În Figura 3 este reprezentată o piramidă triunghiulară $VABC$ cu baza triunghiul echilateral ABC , $AB = 12$ cm și înălțimea VO , unde punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC . Punctul M este mijlocul segmentului BC și $VM = 6$ cm.

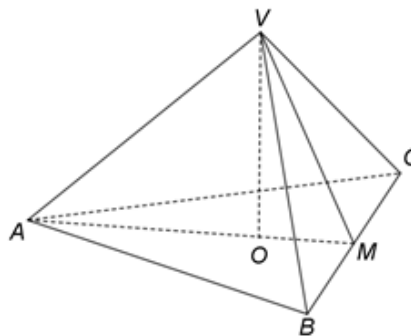


Figura 3

5p a) Arătați că $AM = 6\sqrt{3}$ cm.

5p b) Arătați că $AV \perp (VBC)$.

5p c) Demonstrați că tangenta unghiului dintre dreapta AM și planul (VBC) este egală cu $\sqrt{2}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 15

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $35 - 35 : (2 + 5)$ este egal cu
- 5p 2. Numărul care reprezintă un sfert din 20 este egal cu
- 5p 3. Cel mai mare număr natural, care este multiplu de 20, din mulțimea $A = \{10, 20, 30, \dots, 90\}$ este
- 5p 4. Un cerc are lungimea egală cu 12π cm. Diametrul acestui cerc este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 5$ cm. Lungimea segmentului BB' este egală cu ... cm.

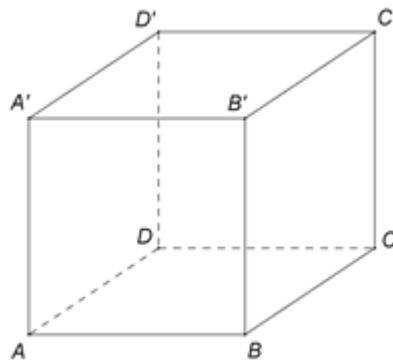


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de mediile obținute la matematică, pe semestrul I.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	4	5	7	6	5	2

Conform informațiilor din tabel, numărul elevilor din această clasă care au obținut la matematică, pe semestrul I, cel puțin media 9 este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru $ABCD$.
- 5p 2. Determinați numărul natural a , știind că restul împărțirii numărului $\overline{33a}$ la un număr natural de o cifră este egal cu 8.
- 5p 3. Media aritmetică a două numere naturale este egală cu 12. Determinați cele două numere, știind că unul dintre numere este de trei ori mai mare decât celălalt.
4. Se consideră numerele reale $x = 7\sqrt{24} - 3\sqrt{3}(8\sqrt{3} - 2(4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}))$ și $y = \left(\frac{7}{6\sqrt{2}} - \frac{5}{3\sqrt{2}} + \frac{3}{4\sqrt{2}}\right) : \frac{1}{\sqrt{288}}$.
- 5p a) Arătați că $x = 2\sqrt{6}$.
- 5p b) Demonstrați că $|x - y\sqrt{3}| = -x + y\sqrt{3}$.
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 1)^2 - 3(x - 2)(x + 1) + (x + 1)^2 - x - 8$, unde x este număr real. Demonstrați că, pentru orice număr real nenul a , media geometrică a numerelor $E(a)$ și $E\left(\frac{1}{a}\right)$ este număr natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 12$ cm și punctul D este situat pe dreapta BC astfel încât $BC = 2BD$ și $B \in (CD)$. Semidreapta BM , $M \in AD$, este bisectoarea unghiului ABD și N este punctul de intersecție dintre AB și paralela prin M la BC .

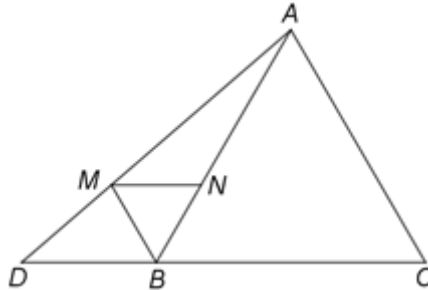


Figura 2

- 5p a) Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $36\sqrt{3}$ cm².
- 5p b) Demonstrați că triunghiurile BMN și ABC sunt asemenea.
- 5p c) Arătați că distanța de la B la AD este egală cu $\frac{6\sqrt{21}}{7}$ cm.
2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 10$ cm și dreptele AM , BN și CP , perpendiculare pe planul (ABC) , astfel încât $AM = 10\sqrt{3}$ cm, $BN = 5\sqrt{3}$ cm și $CP = 5\sqrt{3}$ cm, iar punctele M , N și P sunt de aceeași parte a planului (ABC) .

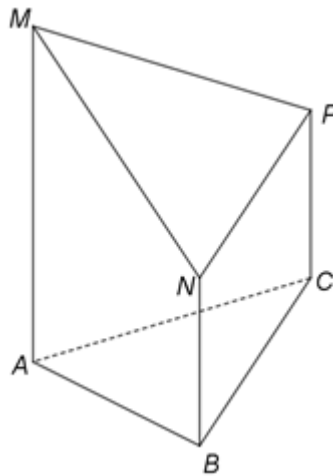


Figura 3

- 5p a) Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.
- 5p b) Demonstrați că dreapta BC este paralelă cu planul (ANP) .
- 5p c) Determinați distanța de la punctul A la planul (MNP) .

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 11

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	18	5p
2.	4	5p
3.	2	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	112	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează trapezul isoscel Notează trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$	4p 1p
2.	$N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c)$ Cum a , b și c sunt cifre distincte, cea mai mare valoare posibilă a sumei $a + b + c$ este 24, deci cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul natural N este 2664	2p 3p
3.	$\frac{40}{100} \cdot x + \frac{5}{6} \left(x - \frac{40}{100} \cdot x \right) + 3 = x$, unde x este lungimea traseului parcurs în cele trei zile $x = 30$ km	3p 2p
4.	a) $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{4\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3}{2} =$ $= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} = 2\sqrt{3}$ b) $b = \frac{\sqrt{24^2}}{\sqrt{12^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{24}{12} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ $(a+b) a-b = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 6$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = x(3x-2)^2 - 2x(x-2)(3x-2) + x(x-2)^2 = x((3x-2)-(x-2))^2 = 4x^3$, pentru orice număr real x $E(-a) + E(a) = 4(-a)^3 + 4a^3 = -4a^3 + 4a^3 = 0$, pentru orice număr real a	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$ $= 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2} \text{ cm}^2$	3p 2p
	b) $\triangle ABE$ este dreptunghic în B , deci $AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE = \sqrt{200 + 100} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$ $\triangle ABE$ este dreptunghic în B și $BF \perp AE \Rightarrow BE^2 = EF \cdot AE$, deci $EF = \frac{100}{10\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$	2p 3p

	c) AE este mediană în $\triangle ABC$ și, cum $F \in (AE)$ astfel încât $EF = \frac{1}{3}AE$, obținem că punctul F este centrul de greutate al triunghiului ABC BO este mediană în triunghiul ABC, unde $\{O\} = AC \cap BD$, deci $F \in (BO)$, de unde obținem că punctele B, F și D sunt coliniare	3p 2p
2.	a) $3BC = 30 \text{ cm} \Rightarrow BC = 10 \text{ cm}$	3p
	$P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 30 \text{ cm}$	2p
	b) M este mijlocul lui BC și P este mijlocul lui BD , deci MP este linie mijlocie în $\triangle BCD$	2p
	$MP \parallel CD$ și $CD \subset (ACD)$, deci $MP \parallel (ACD)$	3p
	c) NP este linie mijlocie în $\triangle ABD$, deci $NP \parallel AB \Rightarrow m(\sphericalangle(AB, MN)) = m(\sphericalangle(NP, MN))$ AM, DM sunt înălțimi în triunghiurile echilaterale ABC, respectiv BCD și $BC = 10 \text{ cm}$, deci $AM = DM = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ MN este înălțime în triunghiul isoscel AMD, deci $MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ și, cum $MP = NP = 5 \text{ cm}$, avem $MN^2 = MP^2 + NP^2$, adică $\triangle MNP$ este dreptunghic isoscel, de unde obținem $m(\sphericalangle MNP) = m(\sphericalangle(NP, MN)) = 45^\circ$	2p 1p 2p

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 12

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	45	5p
2.	10	5p
3.	0	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	300	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează triunghiul echilateral Notează triunghiul echilateral ABC	4p 1p
2.	$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 9 \Rightarrow a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 9$ $a^2 + \frac{1}{a^2} = 9 + 2 = 11$	3p 2p
3.	$5n - 2(30 - n) = 122$, unde n este numărul de întrebări din test la care Alina a răspuns corect $7n = 182 \Leftrightarrow n = 26$	3p 2p
4.	a) $a = 3 + 2\sqrt{2} - (2\sqrt{2} - 3) =$ $= 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3 = 6$ b) $b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ $N = \sqrt{6 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2,5 \Rightarrow$ partea întreagă a numărului N este 2	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - (x^2 + 7x - 3x - 21) - 2(x^2 - 4x + 4) = x^2 + 16x + 22$, pentru orice număr real x $E(a) = a^2 + 16a + 64 - 42 = (a + 8)^2 - 42$, deci $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă dacă $a + 8 = 0$, deci $a = -8$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $ABCD$ este trapez isoscel $\Rightarrow BC = AD$ $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 50\text{cm}$ b) $AE = \frac{AB - CD}{2} = 5\text{cm}$, unde $DE \perp AB$, $E \in AB$, deci $\triangle ADE$ dreptunghic cu $AE = \frac{AD}{2}$, deci $m(\angle ADE) = 30^\circ \Rightarrow m(\angle ADC) = 120^\circ$ $m(\angle MDC) = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ$ și $DM = DC$, deci $m(\angle DCM) = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$	2p 3p 2p 3p
----	---	----------------------

	c) $\sphericalangle ADC \equiv \sphericalangle BCD$, deci $m(\sphericalangle BCD) = 120^\circ$ și, cum $BC = CD$, obținem $m(\sphericalangle BDC) = 30^\circ$ $m(\sphericalangle MDB) = m(\sphericalangle MDC) + m(\sphericalangle CDB) = 180^\circ$, deci punctele B , D și M sunt coliniare	3p 2p
2.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$ $= 8^2 = 64 \text{ cm}^2$	2p 3p
	b) $MO \perp (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(MB, (ABC))) = m(\sphericalangle(MB, OB)) = m(\sphericalangle MBO)$	2p
	$\triangle MOB$ dreptunghic în $O \Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle MBO) = \frac{MO}{BO} = \frac{4\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle MBO) = 60^\circ$	3p
	c) $ON \perp (MBC) \Rightarrow ON \perp BC$, $MO \perp BC$ și cum $ON \cap MO = \{O\} \Rightarrow BC \perp (MON)$, de unde $BC \perp MN \Rightarrow MN$ este înălțime în $\triangle MBC$	2p
	$BO \perp OC$, $BO \perp MO$ și $OC \cap MO = \{O\} \Rightarrow BO \perp (MOC) \Rightarrow BO \perp MC$ $ON \perp (MBC) \Rightarrow ON \perp MC$, $BO \perp MC$ și cum $ON \cap BO = \{O\} \Rightarrow MC \perp (BON)$, de unde $MC \perp BN \Rightarrow BN$ este înălțime în $\triangle MBC$, deci N este ortocentrul $\triangle MBC$	1p 2p

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 13

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	48	5p
2.	12	5p
3.	6	5p
4.	$5\sqrt{2}$	5p
5.	45	5p
6.	25	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$	4p 1p
2.	$11(a+b+c)=154$, deci $a+b+c=14$, care este număr par, deci nu toate numerele a , b și c sunt impare Cum $a < b < c$ și numerele a , b și c sunt prime, obținem că $a=2$, $b=5$ și $c=7$	2p 3p
3.	$x - \frac{25}{100} \cdot x = 243$, unde x este prețul obiectului după ieftinirea cu $p\%$, deci $x=324$ $360 - \frac{p}{100} \cdot 360 = 324 \Rightarrow \frac{p}{100} \cdot 360 = 36$, deci $p=10$	2p 3p
4.	a) $x = 2\sqrt{3}(5\sqrt{3} - 2 \cdot 6\sqrt{3} + 9\sqrt{3}) =$ $= 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 12$ b) $y = \frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 5}{10\sqrt{7}} \cdot 10\sqrt{7} - -2 = 29 - 2 = 27$ $m_a = \frac{x+y}{2} = \frac{12+27}{2} = 19,5$ și $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{12 \cdot 27} = 18$, deci diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y este egală cu $m_a - m_g = 19,5 - 18 = 1,5$	3p 2p 3p
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 + x^2 - 15x - 4(x^2 - 2x + 1) + 1 = 5x^2 - 3x + 9 - 4x^2 + 8x - 4 + 1 = x^2 + 5x + 6$, pentru orice număr real x $E(x) = (x+2)(x+3)$, pentru orice număr real $x \Rightarrow a=2$ și $b=3$, deci $N=13$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = 4AB =$ $= 4 \cdot 18 = 72$ cm	3p 2p
	b) $ABCD$ romb $\Rightarrow BO \perp AC$, unde $AC \cap BD = \{O\}$, deci BO este înălțime în triunghiul echilateral ABC , deci $BO = 9\sqrt{3}$ cm O este mijlocul segmentului $BD \Rightarrow BD = 2BO = 18\sqrt{3}$ cm	3p 2p

	c) $MN \parallel AC \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BAC \Rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA}$ și, cum $MNPQ$ pătrat și $AC \perp BD$, obținem $MQ \parallel BD$, deci $\triangle AMQ \sim \triangle ABD \Rightarrow \frac{MQ}{BD} = \frac{AM}{AB}$, de unde obținem $\frac{MN}{AC} + \frac{MQ}{BD} = \frac{AM}{AB} + \frac{BM}{BA} = 1$ $\frac{MN}{18} + \frac{MN}{18\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow (\sqrt{3} + 1)MN = 18\sqrt{3}$ cm, deci $(\sqrt{3} + 1)MN = BD$	3p 2p
2.	a) $\triangle ABC$ este dreptunghic în A, deci $BC^2 = AB^2 + AC^2 = (4\sqrt{10})^2 + (12\sqrt{10})^2$ $BC = \sqrt{160 + 1440} = \sqrt{1600} = 40$ cm	2p 3p
	b) $PA \perp (ABC) \Rightarrow \sphericalangle(PD, (ABC)) = \sphericalangle(PD, AD) = \sphericalangle PDA$ $\triangle ABC$ este dreptunghic în A și $AD \perp BC \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{4\sqrt{10} \cdot 12\sqrt{10}}{40} = 12$ cm și, cum $PA = 12$ cm și $PA \perp AD$, obținem că $\triangle PAD$ este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle PDA) = 45^\circ$	2p 3p
	c) $BC \perp PA$, $BC \perp AD$ și $PA \cap AD = \{A\} \Rightarrow BC \perp (PAD)$ și, cum $AM \subset (PAD)$, unde $M \in PD$ astfel încât $AM \perp PD$, obținem $BC \perp AM$ $AM \perp BC$, $AM \perp PD$ și $BC \cap PD = \{D\} \Rightarrow AM \perp (PBC)$, deci $d(A, (PBC)) = AM$ $\triangle PAD$ este dreptunghic isoscel cu $PA = 12$ cm, deci $AM = 6\sqrt{2}$ cm și, cum $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$, obținem $8,46 < AM < 8,52$, deci distanța, măsurată în centimetri, de la punctul A la planul (PBC) aparține mulțimii $I = (8,46; 8,52)$	2p 1p 2p

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 14

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	60	5p
2.	21	5p
3.	$[-3, 4]$	5p
4.	12	5p
5.	60	5p
6.	5	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$	4p 1p
2.	$11(a+b+c)=132$, deci $a+b+c=12$ și, cum $b=\frac{a+c}{2}$, obținem $b=4$ și $a+c=8$ a, b și c sunt cifre, $a < b < c \Rightarrow a=1, c=7$ sau $a=2, c=6$ sau $a=3, c=5$, deci numerele sunt 147, 246 și 345	3p 2p
3.	$\frac{2}{5} \cdot x + \frac{25}{100} \cdot \left(x - \frac{2}{5} \cdot x\right) + 54 = x$, unde x este suma primită de Mihai de la părinți $\frac{2x}{5} + \frac{3x}{20} + 54 = x$, deci $x=120$ de lei	3p 2p
4.	a) $x = (6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 9\sqrt{5}) \cdot \frac{1}{3} =$ $= 9\sqrt{5} \cdot \frac{1}{3} = 3\sqrt{5}$ b) $y = \left(2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - (5 - 2\sqrt{5}) = 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 5 + 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ $N = (3\sqrt{5} + 2\sqrt{5})^{2020} = (5\sqrt{5})^{2020} = 5^{3030}$ și, cum p este număr prim, obținem $p=5$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = 2(x^2 + 6x + 9) - 3(x^2 + 3x - x - 3) + x^2 - 4x + 4 - 31 =$ $= 2x^2 + 12x + 18 - 3x^2 - 6x + 9 + x^2 - 4x - 27 = 2x$, pentru orice număr real x $A = 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 + \dots + 2 \cdot 2019 - 2 \cdot 2020 = 2(1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2019 - 2020) =$ $= 2((1-2) + (3-4) + \dots + (2019-2020)) = 2 \cdot (-1) \cdot 1010 = -2020$, deci valoarea absolută a numărului A este 2020	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(16 + 6) =$ $= 2 \cdot 22 = 44 \text{ cm}$	2p 3p
	b) $ME = NF$ și $ME \parallel NF \Rightarrow MENF$ paralelogram MN trece prin mijlocul segmentului EF și $MN \perp EF$, deci dreapta MN este mediatoarea segmentului EF	2p 3p
	c) $MENF$ paralelogram și $MN \perp EF$, deci $MENF$ romb, de unde obținem $ME = NE = 6 \text{ cm}$ și, cum $MN = AD = 6 \text{ cm}$, obținem că $\triangle MNE$ este echilateral Înălțimea triunghiului echilateral MNE este egală cu $3\sqrt{3} \text{ cm}$ și $ABCD$ este paralelogram, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot d(N, AB) = 16 \cdot 3\sqrt{3} = 48\sqrt{3} \text{ cm}^2$	2p 3p
2.	a) $\triangle ABC$ este echilateral și M este mijlocul segmentului BC , deci $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} =$ $= \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$	3p 2p
	b) O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC și $VO \perp (ABC)$, deci $AV = BV = CV$ și, cum $\triangle ABC$ este echilateral, obținem $\triangle VAB \equiv \triangle VBC \equiv \triangle VAC$ VM este mediană în $\triangle VBC$ și $VM = \frac{BC}{2} \Rightarrow BV \perp CV$, deci $AV \perp BV$, $AV \perp CV$ și, cum $BV \cap CV = \{V\}$, obținem $AV \perp (VBC)$	2p 3p
	c) $AV \perp (VBC) \Rightarrow \sphericalangle(AM, (VBC)) = \sphericalangle(AM, VM) = \sphericalangle AMV$	2p
	$AV \perp (VBC) \Rightarrow AV \perp VM \Rightarrow AV = \sqrt{AM^2 - VM^2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, deci $\text{tg}(\sphericalangle AMV) = \frac{AV}{VM} = \sqrt{2}$	3p