

Model Evaluare Națională Matematică

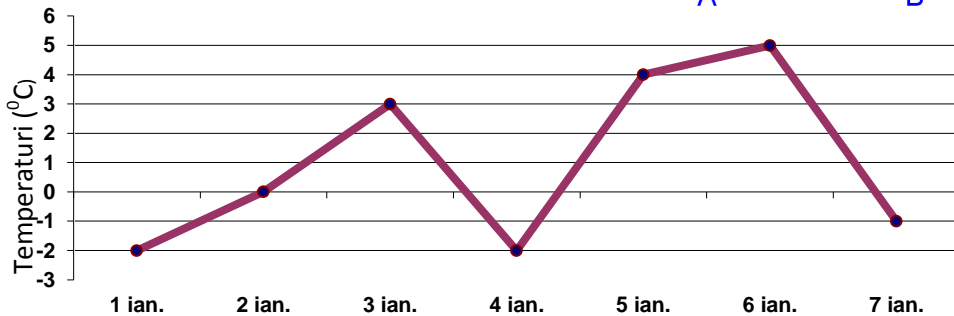
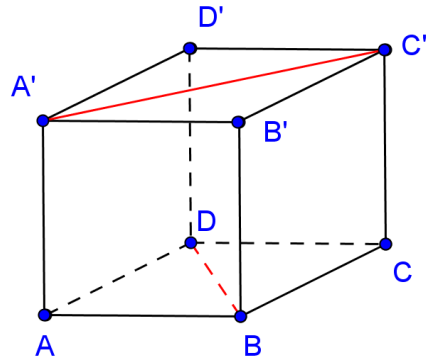
(IANUARIE)

www.mateinfo.ro

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru: 2 ore.

SUBIECTUL I – Pe foaia de examen se trec doar rezultatele. (30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului $1054 + 1054 : 2$ este
- (5p) 2. Mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x - 1 < 3\}$ scrisă ca interval este ...
- (5p) 3. Dacă un caiet și trei creioane costă 12 lei, atunci trei caiete și nouă creioane costă ... lei
- (5p) 4. Într-un triunghi dreptunghic un unghi ascuțit are măsura de 30° , iar ipotenuza are lungimea de 12 cm. Lungimea catetei care se opune unghiului cu măsura de 30° este ... cm
- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiului format de dreptele BD și $A' C'$ are măsura de ... $^\circ$.
- (5p) 6. Graficul alăturat prezintă evoluția temperaturilor din prima săptămâna a lunii ianuarie a anului 2012. Temperatura media înregistrată în această perioadă este de $^\circ C$.



SUBIECTUL II – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

- (5p) 1. Desenați pe foaia de examen o piramidă triunghiulară regulată punând în evidență înălțimea și apotema piramidei.
- (5p) 2. Bunicul plătește la piață suma de 12 lei cumpărând 2 kg de castraveți și 3 kg de

morcov. Ionel, nepotul cel mai mare, plătește suma de 16 lei cumpărând 4kg de castraveți și 2 kg de morcov. Cât costă un kg de castraveți? Dar un kg de morcov?

(5p) 3. Să se afle trei numere naturale a căror sumă este 170, știind că acestea sunt direct proporționale cu 4, 6, respectiv, 7.

4. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+1} + \frac{x}{x^2-1} \right) : \frac{5}{x^2-2x+1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(5p) a) Arătați că $E(x) = \frac{x-1}{x+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

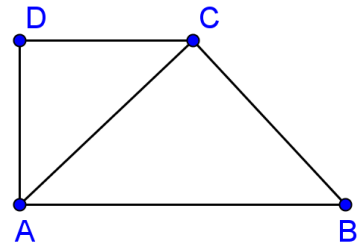
(5p) b) Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $E(x) \in \mathbb{Z}$.

(5p) 5. Determinați valorile întregi ale lui x și y astfel încât propoziția

$$\sqrt{x^2 - 4x + 3} + |y^2 + 10y + 21| \leq 0 \text{ să fie adevărată.}$$

SUBIECTUL III – Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Un salon are forma trapezului dreptunghic ABCD din figura alăturată. Se știe că triunghiurile ABC și ADC sunt isoscele și că $AB = 10$ m.



(5p) a) Determinați suprafața salonului.

(5p) b) Calculați raportul dintre aria triunghiului ADC și a triunghiului ABC.

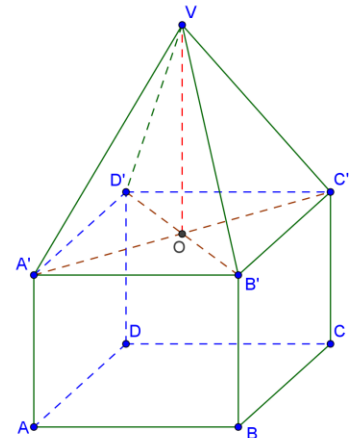
(5p) c) Pe suprafața ABC se pune parchet care costă 27 lei/ m^2 , iar că pe suprafața ADC se pune parchet a cărui preț este 2 ori mai mare. Știind că pierderile sunt de 10% să se afle care este costul parchetării.

2. Figura alăturată reprezintă schematic o piscină sub formă de prismă patrulater regulată cu $AB = 12$ m și $AA' < 3$ m. Piscina este acoperită cu o umbrelă piramidală $VA'B'C'D'$, unde $VA' = VB' = VC' = VD' = 10$ m.

(5p) a) Determinați $A'C'$.

(5p) b) Determinați înălțimii umbrelei.

(5p) c) Aflați suprafața pânzei din care este confecționată umbrela.



BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$1054 + 1054 : 2 = 1054 + 527 = 1581$	5p
2.	$-2 \leq x - 1 < 3 \Rightarrow -1 \leq x < 4 \Rightarrow A = [-1; 4)$	5p
3.	<p>$x = \text{preț caiet}; y = \text{preț creion}$</p> <p>$x + 3y = 12 \Rightarrow 3x + 9y = 3(x + 3y) = 3 \cdot 12 = 36$</p>	5p
4.	6 cm	5p
5.	$A'C' \parallel AC \Rightarrow m(\sphericalangle(A'C', BD)) = m(\sphericalangle(AC, BD)) = m(\sphericalangle AOD) = 90^\circ$	5p
6.	$t_m = \frac{-2+0+3+(-2)+4+5+(-1)}{7} = \frac{7}{7} = 1$	5p
SUBIECTUL II		(30 de puncte)
1.	<p>Desen piramidă</p> <p>Apotemă</p> <p>Înălțime</p>	<p>3p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
2.	<p>$x = \text{preț castraveți}, y = \text{preț morcov}$</p> <p>$2x + 3y = 12$</p> <p>$4x + 2y = 16 \mid : 2 \Rightarrow 2x + y = 8 \Rightarrow 2x = 8 - y$</p> <p>$2x + 3y = 12 \Rightarrow 8 - y + 3y = 12 \Rightarrow 2y = 4$</p> <p>$y = 2$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>

	$x = 3$	
3.	<p>(x, y, z) d.p. $(4, 6, 7)$ și $x + y + z = 170$</p> $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{4+6+7} = \frac{170}{17} = 10$ $\frac{x}{4} = 10 \Rightarrow x = 40$ $\frac{y}{6} = 10 \Rightarrow y = 60$ $\frac{z}{7} = 10 \Rightarrow z = 70$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
4.	<p>a) $E(x) = \left(\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+1} + \frac{x}{x^2-1} \right) : \frac{5}{x^2-2x+1} = \left(\frac{2x+2}{x^2-1} - \frac{3x-3}{x^2-1} + \frac{x}{x^2-1} \right) \cdot \frac{(x-1)}{5}$</p> $= \frac{2x+2-3x+3+x}{x^2-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{5} = \frac{5}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{5} = \frac{x-1}{x+1}$	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $E(x) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{x+1-2}{x+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x+1} \in \mathbb{Z}$</p> $\left. \begin{array}{l} 1 - \frac{2}{x+1} \in \mathbb{Z} \\ 1 \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+1 \in D_2 \Rightarrow x+1 \in \{-2; -1; 1; 2\}$ $\left. \begin{array}{l} x \in \{-3; -2; 0; 1\} \\ x \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \{0; 1\}$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
5	$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x^2-4x+3} + y^2+10y+21 \leq 0 \\ \sqrt{x^2-4x+3} \geq 0 \\ y^2+10y+21 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2-4x+3} = 0 \\ y^2+10y+21 = 0 \end{cases}$	2p

	$\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1 \Rightarrow$ $x - 2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$	1p
	$ y^2 + 10y + 22 = 0 \Rightarrow y^2 + 10y + 21 = 0 \Rightarrow (y + 5)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y + 5)^2 = 4 \Rightarrow$ $y + 5 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ y = -7 \end{cases}$	1p
	$S = \{(3; -3); (3; -7); (1; -3); (1; -7)\}$	1p
SUBIECTUL III		(30 de puncte)
1.	<p>a) $\triangle ADC$ dreptunghic isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle DAC) = m(\sphericalangle DCA) = 45^\circ$ $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ </p> $\left. \begin{array}{l} \Rightarrow m(\sphericalangle CAB) = 45^\circ \\ m(\sphericalangle A) = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow m(\sphericalangle CAB) = 45^\circ$	2p
	$m(\sphericalangle CAB) = 45^\circ \left. \vphantom{m(\sphericalangle CAB)} \right\} \Rightarrow m(\sphericalangle CBA) = 45^\circ \Rightarrow$ $\triangle ACB$ isoscel	1p
	$\triangle ACB \text{ dreptunghic} \Rightarrow AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}m$	
	$\triangle ADC \text{ dreptunghic isoscel} \Rightarrow AD = DC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 5m$	
	$A_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot AD}{2} = \frac{(5 + 10) \cdot 5}{2} = 37,5m^2$	1p
		1p
	$\text{b) } \frac{A_{\triangle ADC}}{A_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{AD \cdot DC}{2}}{\frac{AC \cdot BC}{2}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$	5p
	<p>c) Suprafață parchet cumpărat:</p> $x - 10\% \text{ din } x = 50$ $y - 10\% \text{ din } y = 25$	

	$x - \frac{10}{100}x = 50 \Rightarrow$ $\frac{9}{10}x = 50 \Rightarrow$ $x = \frac{500}{9}$	$y - \frac{10}{100}y = 25 \Rightarrow$ $\frac{9}{10}y = 25 \Rightarrow$ $y = \frac{250}{9}$	3p
	$1 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 27 \text{ lei}$ $\frac{500}{9} \text{ m}^2 \dots\dots\dots x \text{ lei}$ <hr/> $x = \frac{500}{9} \cdot 27 = 1500 \text{ lei}$	$1 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 54 \text{ lei}$ $\frac{250}{9} \text{ m}^2 \dots\dots\dots x \text{ lei}$ <hr/> $x = \frac{250}{9} \cdot 54 = 1500 \text{ lei}$	1 p
	Suma totală = x + y = 3000 lei		1p
2.	a) $ABCD A' B' C' D'$ prismă patrulater regulată $\Rightarrow A' B' C' D'$ pătrat $\Rightarrow A' C' = 12\sqrt{2} \Rightarrow A' O = 6\sqrt{2}$		2p
			3p
	b) $VO \perp A' O \Rightarrow VA'^2 = VO^2 + OA'^2 \Rightarrow$ $VO^2 = 100 - 72 = 28 \Rightarrow VO = 2\sqrt{7}$		3p
			2p
	suprafață pânză = $A_l \text{ piramida} = \frac{4AB \cdot a_p}{2}$ $\left. \begin{array}{l} a_p^2 = h^2 + a_b^2 \\ a_b = \frac{l}{2} = \frac{12}{2} = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow a_p^2 = 28 + 36 = 64 \Rightarrow a_p = 8$ $A_l \text{ piramida} = 192 \text{ m}^2$		