

**CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE
VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂȚILE DE ÎNVĂȚĂMÂNT PREUNIVERSITAR
15 iulie 2015
Probă scrisă
Matematică**

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $2x^2 - 2x = 0$ $x = 0$ sau $x = 1$	3p
	b) $x_1 + x_2 = -m - 2$, $x_1 x_2 = \frac{m^2 + 4m + 3}{2}$ $-1 < m^2 + 3m + 1 < 1 \Leftrightarrow m \in (-3, -2) \cup (-1, 0)$	2p
	c) $2x_1^2 + 2(m+2)x_1 + m^2 + 4m + 3 = 0$, deci ecuația $m^2 + (2x_1 + 4)m + 2x_1^2 + 4x_1 + 3 = 0$ are soluții reale $\Delta = 4(1 - x_1^2) \geq 0$ și $x_1 \in \mathbb{Z}$ implică $m = -3$ sau $m = -1$	3p
		2p
2.	a) (AM bisectoarea unghiului BAC , (BN bisectoarea unghiului ABC și (CP bisectoarea unghiului ACB , deci AM , BN și CP sunt concurente în I)	2p
	b) $m(\sphericalangle BIM) = \frac{1}{2}(m(\widehat{AN}) + m(\widehat{BM})) = m(\sphericalangle ABN) + m(\sphericalangle BAM) = \frac{1}{2}m(\sphericalangle B) + \frac{1}{2}m(\sphericalangle A)$ $m(\sphericalangle IBM) = m(\sphericalangle IBC) + m(\sphericalangle CBM) = \frac{1}{2}m(\sphericalangle B) + m(\sphericalangle CAM) = \frac{1}{2}m(\sphericalangle B) + \frac{1}{2}m(\sphericalangle A)$, deci $\sphericalangle BIM \equiv \sphericalangle IBM$	3p
	c) $m(\sphericalangle (AM, NP)) = \frac{m(\widehat{PA}) + m(\widehat{MN})}{2} = \frac{1}{2}(m(\widehat{AB}) + m(\widehat{BC}) + m(\widehat{CA})) = 90^\circ \Rightarrow AM \perp NP$ Analog $CP \perp MN \Rightarrow I$ este ortocentrul $\triangle MNP$	2p
		3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 0$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1) = 0$	2p
	b) $\begin{pmatrix} f(x_1) & f(x_2) & f(x_3) \\ x_1 f(x_1) & x_2 f(x_2) & x_3 f(x_3) \\ x_1^2 f(x_1) & x_2^2 f(x_2) & x_3^2 f(x_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax_1^2 + bx_1 + c & ax_2^2 + bx_2 + c & ax_3^2 + bx_3 + c \\ a + bx_1^2 + cx_1 & a + bx_2^2 + cx_2 & a + bx_3^2 + cx_3 \\ ax_1 + b + cx_1^2 & ax_2 + b + cx_2^2 & ax_3 + b + cx_3^2 \end{pmatrix}$, deoarece $x_1^3 = x_2^3 = x_3^3 = 1$	2p
	$A \cdot B = \begin{pmatrix} c & b & a \\ a & c & b \\ b & a & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} c + bx_1 + ax_1^2 & c + bx_2 + ax_2^2 & c + bx_3 + ax_3^2 \\ a + cx_1 + bx_1^2 & a + cx_2 + bx_2^2 & a + cx_3 + bx_3^2 \\ b + ax_1 + cx_1^2 & b + ax_2 + cx_2^2 & b + ax_3 + cx_3^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} f(x_1) & f(x_2) & f(x_3) \\ x_1 f(x_1) & x_2 f(x_2) & x_3 f(x_3) \\ x_1^2 f(x_1) & x_2^2 f(x_2) & x_3^2 f(x_3) \end{pmatrix} = A \cdot B$	3p

	<p>c) $\det(A \cdot B) = \begin{vmatrix} f(x_1) & f(x_2) & f(x_3) \\ x_1 f(x_1) & x_2 f(x_2) & x_3 f(x_3) \\ x_1^2 f(x_1) & x_2^2 f(x_2) & x_3^2 f(x_3) \end{vmatrix} = f(x_1) f(x_2) f(x_3) \cdot \det B$</p> <p>$\det A \cdot \det B = f(x_1) f(x_2) f(x_3) \cdot \det B \Rightarrow \det A = f(x_1) f(x_2) f(x_3)$, deoarece</p> <p>$\det B = (x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1) \neq 0$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.	<p>a) $g'(x) = 2 - \frac{2}{x^2 + 1} = \frac{2x^2 + 2 - 2}{x^2 + 1} =$</p> <p>$= f(x)$ pentru orice număr real x, deci funcția g este o primitivă a funcției f</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 2 \operatorname{arctg} x}{x} = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2 \operatorname{arctg} x) = -\pi$</p> <p>Dreapta de ecuație $y = 2x - \pi$ este asimptotă oblică $+\infty$ la graficul funcției g</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>c) $\frac{1}{\pi} \left(2n - \int_0^n \frac{2x^2}{x^2 + 1} dx \right) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} n$</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} n \right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2 \operatorname{arctg} n - \pi}{\pi} \right)^n = e^{-\frac{2}{\pi}}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- câte 1 punct pentru corectitudinea formatului fiecărui item elaborat	1p × 6 itemi = 6 p
- câte 2 puncte pentru corectitudinea răspunsului așteptat (barem de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați	2p × 6 itemi = 12 p
- câte 2 puncte pentru corectitudinea științifică a informației de specialitate pentru fiecare item elaborat	2p × 6 itemi = 12 p