

PROIECT DIDACTIC

Clasa : a-XI-a

Obiectul : Matematica –Algebra

Data: 15.10.2009

Subiectul lectiei : Adunarea matricelor

Tipul lectiei : Lectie de acumulare de noi cunostinte

Competente generale :

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete
4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă în scopul găsirii de strategii pentru optimizarea soluțiilor
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Competente specifice :

1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic
2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces
3. Aplicarea algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice

Strategia didactica : activ-participativa

•**Metode si procedee didactice :** conversatia euristica , exercitiul, demonstratia ,explicatia , munca independenta

•**Material didactic utilizat :** Fise de lucru, Manualul si culegeri de clasa a XI a

•**Tipuri de activitati :** frontala si individuala .

•**Procedee de evaluare :** analiza raspunsurilor ; observatia sistematica a atentiei ,verificarea cantitativa si calitativa a temei, verificarea cunostintelor asimilate pe parcursul orei prin intebari.

Scenariu didactic :

1.Moment organizatoric (3’): -verificarea prezentei elevilor si notarea absentelor in catalog;
-asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfasurare a

orei ;

2.Captarea atentiei (5’): - verificarea temei elevilor prin sondaj folosind dialogul profesor-elev ;elev-elev ,prin confruntarea rezultatelor (in cazul in care sunt dificultati se rezolva exercitiile la tabla).

3.Informarea elevilor asupra lectiei (35’) :- in cadrul orei de azi vom recapitula si sistematiza cunostintele referitoare la Matrice si opetatii cu matricei. Astazi vom vorbi despre Adunarea matricelor

Urmeaza lectie efectiva:

Adunarea matricelor

Exemplu practic
(tabele de tip matriceal)

Prima luna

	BCR	Alpha Bank	BRD
Client 1	100	50	50
Client 2	200	30	80

A doua luna

	BCR	Alpha Bank	BRD
Client 1	50	30	80
Client 2	47	80	12

Cat au depus cei doi clienti la cele doua banci in cele doua luni?

	BCR	Alpha Bank	BRD
Client 1	100+50	50+30	50+80
Client 2	200+47	30+80	80+12

Matricele asociate celor doua tabele (si de reamintit cateva notiuni)

Def: Fie $A=(a_{ij})$, $B=(b_{ij})$, $C=(c_{ij}) \in M_{m,n}(C)$. Matricea C se numeste **suma matricelor A si B** daca $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$, $\forall i=1,m, \forall j=1,n$

Operatia prin care oricaror doua matrice de acelasi tip li se asociaza suma lor se numeste **adunarea matricelor**.

Exemple:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 7 & 5 \\ -8 & 12 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -3 & 9 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -4 \\ 3 & 7 & 6 \\ 6 & 8 & -1 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -6 & 2 & -4 \\ 3 & 7 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculati:

$$A+B =$$

$$C+D =$$

$$A+C = (\text{explicatie} - \text{nu se pot aduna fiindca sunt de tipuri diferite})$$

Observatie: Se pot aduna numai matrice care sunt de acelasi tip (adica au acelasi numar de linii si respective acelasi numar de coloane)

PROPRIETĂȚILE ADUNĂRII MATRICELOR

1) COMUTATIVITATEA ADUNĂRII :

Adunarea a două matrice este **COMUTATIVĂ**, adică $A+B=B+A, \forall A,B \in M_{m,n}(C)$

2) ASOCIATIVITATEA ADUNĂRII:

Adunarea a două matrice este **ASOCIATIVĂ**, adică $(A+B)+C = A+(B+C), \forall A,B,C \in M_{m,n}(C)$

3) ELEMENT NEUTRU:

Adunarea matricelor admite matricea nula ca element neutru, adică $A+O_{m,n} = A, \forall A \in M_{m,n}(C)$

OBS: Matricea de tipul (m,n) ale cărei elemente sunt toate egale cu 0 se notează $O_{m,n}$ și se numește matricea zero (sau matricea nulă).

4)ELEMENTE OPUSE:

Orice matrice are o **OPUSĂ**, adică oricare ar fi $A \in M_{m,n}(C)$, există o matrice notată cu $-A \in M_{m,n}(C)$, astfel încât $A+(-A) = O_{m,n}$

Exemplu:

$$\text{Fie } A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 7 & 8 \\ -9 & 10 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -8 \\ 6 & -7 \end{pmatrix} \text{ și } C = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -6 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Să se verifice proprietățile de comutativitate, asociativitate, element neutru

b) Să se determine opusul lui A, opusul lui B și opusul lui C

Rezolvare:a)

$$A+B = \begin{pmatrix} 2+2 & -6+3 \\ 7+5 & 8-8 \\ -9+6 & 10-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 12 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = B+A \Rightarrow \text{a fost verificată comutativitatea dintre A și B}$$

$$(A+B)+C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 12 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -6 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} = A+(B+C) \Rightarrow \text{a fost verificată asociativitatea}$$

Elementul neutru este matricea nula: $O_{2,3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, pentru care avem $A+O_{2,3} = A$,

$$B+O_{2,3} = B, C+O_{2,3} = C$$

$$b) \quad -A = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -7 & -8 \\ 9 & -10 \end{pmatrix}, -B = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -5 & 8 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}, -C = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

OBS: Transpusa unei matrice are proprietatea ${}^t(A+B) = {}^tA+{}^tB$ (Exemplu)

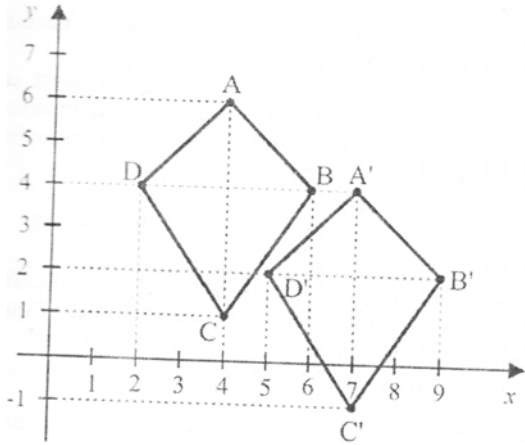
Aplicatie:

O aplicatie la adunarea matricelor: Fie $A(4,6)$, $B(6,4)$, $C(4,1)$ $D(2,4)$ si patrulaterul ABCD este un „zmeu”

Matricea asociata acestui „zmeu” este $S = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Fie matrice $T = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \\ -2 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

Atunci $S + T = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ si $A'(7,4)$, $B'(9,2)$; $C'(7,-1)$, $D'(5,2)$



Se observa ca zmeul $A'B'C'D'$ se obtine din ABCD printr-o translatie de-a lungul axei Ox cu 3 unitati si coboram pe verticala cu 2 unitati.

Fisa de lucru

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 4 & 5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Sa se calculeze: $A+B-C$; $A-B+C$

2) Fie $M \in M_3(\mathbb{R})$

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 9 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Stabiliti daca:

$A = M + M^T$ este simetrica

$B = M - M^T$ este antisimetrica

3) Sa se determine $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel incat:

$$\begin{pmatrix} x-1 & 2 & 3z \\ 4 & 3 & y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & y+1 & 0 \\ x & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

4) Fie matricele:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Sa se rezolve ecuatiile $A+X=B$; $X+B=A$

5)

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix};$$

a) Să se verifice proprietățile de comutativitate, asociativitate, element neutru

b) Să se determine opusul lui A, opusul lui B și opusul lui C

c) Verificati proprietatea ${}^t(A+B) = {}^tA + {}^tB$

6) Fie $M \in M_3(\mathbb{R})$

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 2 & 9 & 7 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{Stabiliti daca: } A = M + M^T \text{ este simetrica}$$

$B = M - M^T$ este antisimetrica

4. (5') Verificarea si consolidarea cunostintelor ; asigurarea feed-back-ului :Se propune elevilor o activitate interactiva frontala. Profesorul pune intrebari elevilor ,urmareste completarea raspunsurilor primite si retinerea notiunilor fundamentale insusite anterior de catre elevi si necesare in rezolvarea exercitiilor.

5.(1')Tema pentru acasa :Se vor propune spre rezolvare ca tema pentru acasa:
De terminat fisa(daca raman exercitii nerezolvate) si din manual pag. 19 ex E1 (a,b,c,d,e)

6.(1')Aprecieri :-La sfarsitul se noteaza elevii care s-au evidenciat in timpul orei.

NOTA: Exerciitiile nerezolvate din fisa raman **TEMA** pentru acasa