



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 13 februarie 2020

Clasa a V-a

1. Se consideră numerele $x = 2021^2 - 2021 - 2020$ și $y = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2020}$.
 - a) Demonstrați că x este pătrat perfect.
 - b) Demonstrați că y este divizibil cu 30 și 31.
2. La o competiție de fotbal participă 6 echipe. Fiecare echipă va disputa câte un meci cu fiecare dintre celelalte cinci. Dacă o echipă câștigă un meci primește 3 puncte, dacă pierde nu primește nici un punct, iar dacă meciul se termină la egalitate, atunci se acordă câte un punct fiecărei echipe. La final se realizează un clasament pe baza punctelor acumulate.
 - a) Demonstrați că s-au jucat 15 meciuri în total.
 - b) Dacă suma punctelor celor 6 echipe a fost 40, stabiliți câte meciuri s-au terminat la egalitate.
3.
 - a) Dați exemplu de patru numere naturale prime a, b, c, d cu proprietatea că $a = b + c = d - c$.
 - b) Determinați toate numerele naturale prime a, b, c, d cu proprietatea că $a = b + c = d - c$.
4. Fie n un număr natural astfel încât ultima cifră a lui n^{9102} să fie 9.
 - a) Demonstrați că ultima cifră a numărului n este 3 sau 7.
 - b) Aflați ultima cifră a numărului n^{2019} .

Gazeta Matematică – nr. 10/2019 (enunț modificat)

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.