

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
08.02.2020

CLASA a VI-a

Subiectul I

Aflați numerele naturale nenule a și b care au proprietățile: $3a + 16b = 2020$ și $\text{cmmmc}[a, b] = 35 \cdot \text{cmmdc}(a, b)$.

Subiectul II

Un număr de 6 muncitori au început o lucrare pe care și-au propus să o termine în 20 de zile, lucrând câte 8 ore pe zi. După 4 zile 2 muncitori pleacă. În cât timp va fi terminată lucrarea, dacă cei rămași lucrează câte 6 ore pe zi?

Subiectul III

Semidreptele $[OA_1, [OA_2, [OA_3, \dots, [OA_{100}$ determină o sută de unghiuri congruente în jurul punctului O . Se colorează semidreapta $[OA_1$ și apoi se colorează fiecare a șasea semidreaptă după cea colorată (deci se colorează $[OA_1, [OA_7, [OA_{13}, \dots$). În acest procedeu de stabilire a semidreptei ce urmează să fie colorată, se numără și semidreptele colorate întâlnite pe parcurs.

- a) Să se determine câte semidrepte rămân necolorate.
- b) Să se demonstreze că rămân semidrepte opuse necolorate după finalizarea procedurii și să se determine numărul dreptelor determinate de acestea.
- c) Să se precizeze dacă rămân semidrepte necolorate perpendiculare.

Subiectul IV

Considerăm numerele prime $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ și aceleași numere, eventual în altă ordine, notate $q_1, q_2, \dots, q_n$.

- a) Aflați n , știind că produsul $(p_1 + q_1)(p_2 + q_2) \dots (p_n + q_n)$ este impar.
- b) Demonstrați că $(14^{p_n} - 9^{q_n})(14^{p_{n-1}} - 9^{q_{n-1}}) \dots (14^{p_1} - 9^{q_1})$ este divizibil cu 5^{n-2} , pentru orice $n > 2$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 2 ore