Academia Tehnică Militară
Concursul de admitere sesiunea iulie 2011
Facultatea de Sisteme Electronice şi Informatice Militare

C H E S T I O N A R D E C O N C U R S

Varianta A

Proba: „Matematică-Fizică"

1. Fie sistemul $\begin{cases} mx+2y+z=0 \\ (m+2)x-2y+3z=0 \\ 5x+2my+(3m+2)z=0 \end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$.

Mulţimea tuturor valorilor lui m pentru care sistemul admite şi soluţii nenule este:

a) $\mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$; b) $\{2,-1\}$; c) $\{-2,1\}$; d) $\mathbb{R}\setminus\{2,-1\}$; e) mulţimea vidă.

2. Rădăcina independentă de m a ecuaţiei:

$$x^3+(3m-1)x^2+\left(2m^2-2m+3\right)x-2m^2-m-3=0$$

se află în intervalul:

a) $[1,2)$; b) $(-1,1)$; c) $(-5,-3]$; d) $[3,5]$; e) $(-3,-1]$.

3. Fie funcţia $f:[-2,b]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{xe^x+1}$, unde b este un număr real, pozitiv, cu proprietatea că $f(-2)=f(b)$. Fie M valoarea maximă a funcţiei f pe domeniul de definiţie, r abscisa punctului rezultat din aplicarea teoremei lui Rolle funcţiei f pe intervalul $[-2,b]$ şi $S=r+M$. Atunci:

a) $S=1$; b) $S=0$; c) $S=-2$; d) $S=2$; e) $S=e^b$.

4. Un corp lansat pe verticală în sus trece de două ori prin dreptul unui observator aflat la înălţimea $h_1=60\text{ m}$, la un interval de timp $\Delta t_1=8\text{ s}$. Un alt observator aflat la înălţimea $h_2\ (h_2>h_1)$ vede acelaşi corp în urcare, respectiv coborâre, la un interval de timp $\Delta t_2=6\text{ s}$. Diferenţa de nivel $\Delta h=h_2-h_1$, respectiv viteza v_0 cu care a fost lansat corpul, considerând $g=10\text{ m/s}^2$, au următoarele valori:

a) $\Delta h=50\text{ m}$, $v_0=30\text{ m/s}$; b) $\Delta h=35\text{ m}$, $v_0=52{,}9\text{ m/s}$;
c) $\Delta h=20\text{ m}$, $v_0=15\text{ m/s}$; d) $\Delta h=52{,}9\text{ m}$, $v_0=35\text{ m/s}$;
e) $\Delta h=10\text{ m}$, $v_0=25\text{ m/s}$.

5. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x\left(\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}\right), & \text{dacă } x\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty) \\ (x+1)e^{-x}, & \text{dacă } x\in[-1,1] \end{cases}$ şi fie A aria regiunii situate între graficul funcţiei f, asimptota sa oblică şi dreptele $x=-1$ şi $x=1$. Atunci:

a) $A=1+\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}$; b) $A=3\mathrm{e}-3\mathrm{e}^{-1}+2$; c) $A=\mathrm{e}-3\mathrm{e}^{-1}+2$;

d) $A=\mathrm{e}^{-1}+3\mathrm{e}+2$; e) $A=2-\mathrm{e}$.

6. Fie $z\in\mathbb{C}$, cu $|z|<1$ şi i numărul complex cu partea reală 0 şi partea imaginară 1. Atunci partea imaginară a numărului complex $w=\dfrac{\mathrm{i}(1-z)}{1+z}$ se află în intervalul:

a) $(-\infty,-3)$; b) $(0,\infty)$; c) $(-3,-2)$; d) $(-2,-1)$; e) $(-1,0)$.

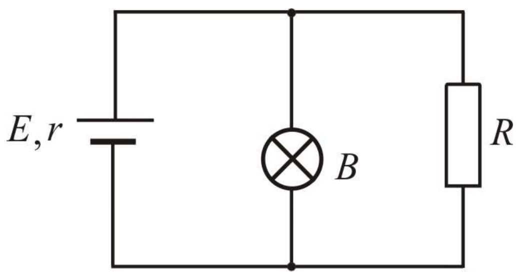
7. Fie şirul cu termenul general $x_n=\left(\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}\right)^n$. Atunci valoarea $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\ell$ este:

a) $\ell=-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$; b) $\ell=\mathrm{e}$; c) $\ell=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$; d) $\ell=\infty$; e) $\ell=0$.

8. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+2x+1$. Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty}\left(f(-1)+f(-2)+f(-3)+\ldots+f(-n)+n^2\right)=\ell$ este:

a) $\ell=\dfrac{1}{\mathrm{e}^3+1}$; b) $\ell=\mathrm{e}^3-1$; c) $\ell=\dfrac{1}{\mathrm{e}^3}$; d) $\ell=\mathrm{e}^3$; e) $\ell=\dfrac{1}{\mathrm{e}^3-1}$.

9. O sursă de tensiune electromotoare $E=10\,\mathrm{V}$ şi rezistenţă internă $r=0{,}5\,\Omega$ alimentează un circuit format dintr-un bec legat în paralel cu un rezistor de rezistenţă $R=9\,\Omega$, ca în figură. Ştiind că puterea totală dezvoltată de sursă este $P_E=20\,\mathrm{W}$, atunci puterea consumată de bec are valoarea:

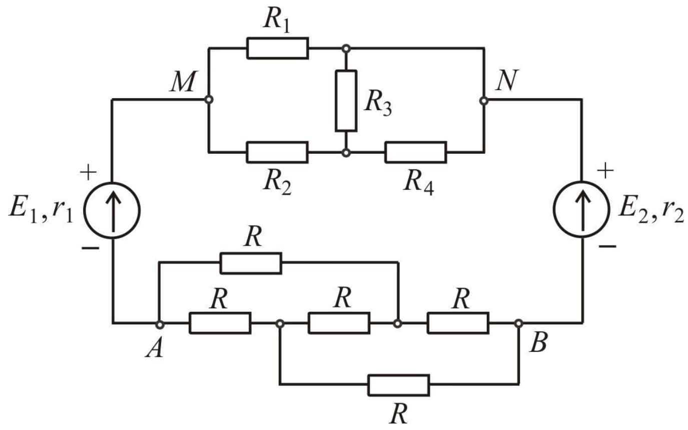


a) $2\,\mathrm{W}$; b) $25\,\mathrm{W}$; c) $10\,\mathrm{W}$; d) $7\,\mathrm{W}$; e) $9\,\mathrm{W}$.

10. Ordinea descrescătoare a numerelor $p=\ln\pi-\ln 2$, $q=\ln\sqrt{3}$, $r=\ln\sqrt{2}$ este:

a) q,r,p; b) p,q,r; c) p,r,q; d) q,p,r ; e) r,p,q.

11. Pentru circuitul cu schema din figură se cunosc: $E_1=12\,\mathrm{V}$; $E_2=6\,\mathrm{V}$; $r_1=1\,\Omega$; $r_2=2\,\Omega$; $R_1=12\,\Omega$; $R_2=1\,\Omega$; $R_3=4\,\Omega$; $R_4=12\,\Omega$; $R=6\,\Omega$. Tensiunea U_{AN} între nodurile A şi N are valoarea:



a) $100\ \mathrm{V}$; b) $20\ \mathrm{V}$; c) $-10\ \mathrm{V}$; d) $10\ \mathrm{V}$; e) $-12{,}5\ \mathrm{V}$.

12. O butelie de volum $V = 24{,}942$ litri conţine o masă de oxigen $m_1 = 48\ \mathrm{g}$, cu masa molară $\mu_1 = 32\ \mathrm{g/mol}$ şi o masă de azot $m_2 = 42\ \mathrm{g}$, cu masa molară $\mu_2 = 28\ \mathrm{g/mol}$. Ambele gaze sunt considerate ideale şi se află la temperatura $t = 77°\mathrm{C}$. Se cunoaşte $R = 8314\ \mathrm{J/kmol\cdot K}$. Presiunea din recipient este:

a) $350\ \mathrm{Pa}$; b) $320\ \mathrm{Pa}$; c) $320\ \mathrm{kPa}$; d) $350\ \mathrm{kPa}$; e) $480\ \mathrm{kPa}$.

13. Un mobil parcurge prima jumătate din drum cu viteza v_1. A doua jumătate este parcursă astfel: prima jumătate din timp cu viteza v_2, iar a doua jumătate din timp cu viteza v_3. Viteza medie pe toată durata mişcării este:

a) $v_m = \dfrac{v_1(v_2+v_3)}{v_1+2(v_2+v_3)}$; b) $v_m = v_1 + \dfrac{v_2+v_3}{2}$; c) $v_m = \dfrac{v_1v_2+v_1v_3}{v_1+v_2+v_3}$;
d) $v_m = \dfrac{v_2v_3}{v_1}$; e) $v_m = \dfrac{2v_1(v_2+v_3)}{2v_1+v_2+v_3}$.

14. Fie $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$. Pentru oricare $n\in\mathbb{N}^*$ derivata de ordinul n a funcţiei $f(x)$ în punctul $x=0$ este egală cu:

a) $(n+1)!\dfrac{(2^n-1)}{2^n}$; b) $(-1)^n n!\left(1-\dfrac{1}{2^{n+1}}\right)$; c) $(n-1)!\left(\dfrac{1}{2^n}-\dfrac{1}{3^n}\right)$;
d) $(-1)^n(n+1)!\left(\dfrac{1}{2^n}-1\right)$; e) $(-1)^{n+1}n!\left(\dfrac{1}{2^{n+1}}+1\right)$.

15. Un polinom $P\in\mathbb{R}[X]$ se împarte la $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ şi se obţine rest un polinom fără termen liber. Atunci determinantul $\begin{vmatrix} P(1) & 1 & 1 & 1 \\ P(2) & 2 & 4 & 8 \\ P(3) & 3 & 9 & 27 \\ P(4) & 4 & 16 & 64 \end{vmatrix}$ este egal cu:

a) 64;   b) 16;   c) 1;   d) 0;   e) -1.

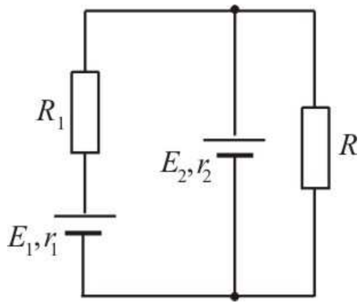
16. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3$ şi $q\in\mathbb{R}$, q fixat. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie „$*$” prin $a*b=f\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}-q\right)$, pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$. Dacă S este suma soluţiilor ecuaţiei $x^2*x=(6-q)^3$, atunci:

a) $S=1$;   b) $S=-19$;   c) $S=0$;   d) $S=5$;   e) $S=-11$.

17. Mulţimea tuturor valorilor parametrului $a\in\mathbb{R}$ pentru care $\int_0^a \left(x^2+x\right)\cdot \mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=3-\mathrm{e}^{-a}$ este:

a) $\{1\}$;   b) $\{-2,1\}$;   c) mulţimea vidă;   d) $\{-2,-1\}$;   e) $\{1,2\}$.

18. Pentru circuitul cu schema din figură se cunosc: $E_1=10$ V, $r_1=0\ \Omega$, $E_2=5$ V, $r_2=0\ \Omega$, $R_1=5\ \Omega$. Ştiind că puterea totală debitată de sursa de tensiune electromotoare E_2 este nulă, atunci valoarea rezistenţei R este:



a) $5\ \Omega$;   b) $10\ \Omega$;   c) $15\ \Omega$;   d) $0{,}5\ \Omega$;   e) $25\ \Omega$.

Toate cele **18 probleme** sunt **obligatorii**.
Fiecare problemă se cotează cu **un punct**.
Media probei de concurs se calculează împărţind numărul de puncte acumulate la cele 18 probleme (numărul de probleme rezolvate corect) la cifra doi, la care se adaugă un ***punct din oficiu***.
Timp de lucru efectiv – 3 ore.

GRILĂ DE EVALUARE

Varianta A

	a	b	c	d	e
1	■	■	□	■	■
2	□	■	■	■	■
3	□	■	■	■	■
4	■	□	■	■	■
5	■	■	□	■	■
6	■	□	■	■	■
7	■	■	□	■	■
8	■	■	■	■	□
9	■	■	■	■	□
10	■	■	■	□	■
11	■	■	□	■	■
12	■	■	■	□	■
13	■	■	■	■	□
14	■	□	■	■	■
15	■	■	■	□	■
16	■	□	■	■	■
17	■	■	■	□	■
18	□	■	■	■	■