EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Proba E c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Care dintre numerele $2\sqrt[3]{6}$ şi $3\sqrt[3]{3}$ este mai mare?

5p **2.** Determinați mulțimea valorilor funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|x|$.

5p **3.** Determinați $m\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^2-x+m^2=0$ are două soluții reale egale.

5p **4.** Determinați numărul termenilor raționali din dezvoltarea $\left(1+\sqrt[4]{2}\right)^{41}$.

5p **5.** În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(-2,3)$, $C(1,-3)$ şi $D(4,a)$, unde $a\in\mathbb{R}$. Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât dreptele AB şi CD să fie paralele.

5p **6.** Fie mulțimea $A=\left\{0;\ \frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ \frac{3\pi}{2}\right\}$. Care este probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea A, acesta să fie soluție a ecuației $\sin^3 x+\cos^3 x=1$?

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\a&0&0\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Pentru $n\in\mathbb{N}^*$, notăm $B_n=A^n+A^{n+1}+A^{n+2}$.

5p **a)** Arătați că $A^{2010}=a^{670}\cdot I_3$.

5p **b)** Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care $\det(B_1)=0$.

5p **c)** Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care toate matricele B_n, $n\in\mathbb{N}^*$ sunt inversabile.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea $x*y=2xy-3x-3y+m$, $m\in\mathbb{R}$. Fie mulțimea $M=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

5p **a)** Determinați $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $x*y\in M$, pentru orice $x,y\in M$.

5p **b)** Pentru $m=6$ arătați că $(M,*)$ este grup.

5p **c)** Pentru $m=6$, demonstrați că funcția $f:M\to\mathbb{R}^*$, $f(x)=2x-3$ este un izomorfism între grupurile $(M,*)$ şi $(\mathbb{R}^*,\cdot)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{2x+1}$.

5p **a)** Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f spre $+\infty$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{f(1)+f(2)+\ldots+f(n)}{-\sqrt[3]{2n+1}}\right)^{\sqrt[3]{2n}}$.

2. Se consideră şirul $(I_n)_{n\geq1}$, $I_n=\int_0^1\frac{x^n dx}{x^2+x+1}$.

5p	**a)** Calculați $I_1 + I_2 + I_3$.
5p	**b)** Arătați că şirul $\left(I_n\right)_{n\geq 1}$ este descrescător.
5p	**c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.