Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2(2x+3)=5+(2x+7)$	**2p**
	$x=3$	**3p**
2.	$\Delta=(m-1)^2+4m=$	**2p**
	$=(m+1)^2\geq 0$, deci, pentru orice număr real m, graficul funcției f intersectează axa Ox	**3p**
3.	$2-x=(2x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2-3x-1=0$	**2p**
	$x_1=-\frac{1}{4}$, care nu verifică ecuația, și $x_2=1$, care verifică ecuația	**3p**
4.	Elementele mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ care verifică relaţia $5^{n-1}>(n+1)!$ sunt 3 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	Mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	$a+(2a+1)\cdot(-2)-4=0 \Leftrightarrow a=-2$	**3p**
	$3\cdot(-2)+b\cdot(-2)-8=0 \Leftrightarrow b=-7$	**2p**
6.	$\sin 2x=2\sin x\cos x$	**2p**
	$1+\cos 2x=2\cos^2 x \Rightarrow \frac{2\sin x\cos x}{2\cos^2 x}=\frac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg} x$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D\left(2,\frac{1}{2}\right)=\begin{vmatrix}1 & 2 & \frac{1}{2}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0$, deoarece determinantul are două linii egale	**3p**
b)	$D(x,y)=\begin{vmatrix}0 & x-\frac{1}{2} & \frac{1}{x}-2\\ 0 & y-\frac{1}{2} & \frac{1}{y}-2\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{y}-2\right)-\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x}-2\right)=-\frac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$	**3p**

c)	$\left(2\log_2 x-1\right)\left(2\cdot 2-1\right)\left(\log_2 x-2\right)=0$	**3p**
	$x=\sqrt{2}$ sau $x=4$, care verifică ecuația	**2p**
2.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&1&2\\2&1&1\end{pmatrix}$, $A(-1)=\begin{pmatrix}1&2&-1\\-1&1&2\\2&-1&1\end{pmatrix}$	**2p**
	$2A(1)-A(-1)=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&1&2\\2&3&1\end{pmatrix}=A(3)$	**3p**
b)	$A(a)+bI_2=\begin{pmatrix}1+b&2&a\\a&1+b&2\\2&a&1+b\end{pmatrix}$, $A(1)-I_3=\begin{pmatrix}0&2&1\\1&0&2\\2&1&0\end{pmatrix}$, $\left(A(1)-I_3\right)\left(A(1)-I_3\right)=\begin{pmatrix}4&1&4\\4&4&1\\1&4&4\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+b&2&a\\a&1+b&2\\2&a&1+b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&2&8\\8&8&2\\2&8&8\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=8,\ b=7$	**2p**
c)	$\det\left(A(n)\right)=\begin{vmatrix}1&2&n\\n&1&2\\2&n&1\end{vmatrix}=(n+3)\left(n^2-3n+3\right)$	**3p**
	Ecuaţia $\det\left(A(n)\right)=0$ nu are soluţii în mulţimea numerelor naturale, deci matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{x+1}{x}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
b)	$a_{n+1}-a_n=f(n+1)=$	**2p**
	$=\ln\left(1+\frac{1}{n+1}\right)>0$, pentru orice număr natural nenul n, deci șirul $\left(a_n\right)_{n\geq1}$ este crescător	**3p**
c)	$a_n=\ln\frac{2}{1}+\ln\frac{3}{2}+\ldots+\ln\frac{n+1}{n}=\ln\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{n+1}{n}\right)=\ln(n+1)$	**2p**
	$\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)\left(\ln(n+1)-\ln n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right)^{\frac{2n+1}{n}}=\ln e^2=2$	**3p**
2.a)	f este continuă în $x=1\Rightarrow\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}f(x)=f(1)$	**2p**
	$a+3=1+a^2\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow a_1=-1$ și $a_2=2$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+4x+x}\right)=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5x}}=-\frac{1}{2}$	**3p**
c)	$g:[-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+2^x=2x+2^x$	**2p**
	Cum g este continuă pe $[-1,0]$, $g(-1)=-\frac{3}{2}<0$ și $g(0)=1>0$, ecuația $f(x)+2^x=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$	**3p**