

**Examenul de bacalaureat 2011**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(\sqrt{2}, \sqrt{5}) \cap \mathbb{Z} = \{2\}$ .
- 5p** 2. Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care dreapta  $x = 2$  este axa de simetrie a parabolei  $y = x^2 + mx + 4$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea  $[0, 2\pi)$  ecuația  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .
- 5p** 4. Determinați  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , pentru care  $C_n^2 + A_n^2 = 18$ .
- 5p** 5. Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care dreptele  $d_1 : ax + y + 2011 = 0$  și  $d_2 : x - 2y = 0$  sunt paralele.
- 5p** 6. Fie  $x$  un număr real care verifică egalitatea  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$ . Arătați că  $\sin 2x = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Arătați că  $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Arătați că  $(A(x) - A(y))^{2011} = O_3$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p** c) Determinați inversa matricei  $A(x)$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Se consideră  $\alpha \in \mathbb{C}$  și polinomul  $f = X^3 + (1 - \alpha)X^2 + (\alpha - 2)iX + \alpha + (\alpha - 2)i \in \mathbb{C}[X]$ .
- 5p** a) Arătați că polinomul  $f$  are rădăcina  $-1$ .
- 5p** b) Arătați că, dacă  $p, q$  sunt numere complexe și polinomul  $g = X^2 + pX + q \in \mathbb{C}[X]$  are două rădăcini distincte, complex conjugate, atunci  $p$  și  $q$  sunt numere reale și  $p^2 < 4q$ .
- 5p** c) Determinați  $\alpha \in \mathbb{C}$  pentru care polinomul  $f$  are două rădăcini distincte, complex conjugate.

**SUBIECTUL al III-lea****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(x + 1) - \ln(x - 1)$ .
- 5p** a) Arătați că funcția  $f$  este strict descrescătoare pe  $(1, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați asimptotele graficului funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$ .
2. Se consideră funcția  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_1^4 f(\sqrt{x}) dx$ .
- 5p** b) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției  $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  și de axa  $Ox$ .
- 5p** c) Arătați că  $(4n + 2) \int_1^2 f^n(x) dx + n \int_1^2 f^{n-1}(x) dx = 0$ .