

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(6 - 3\sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 3(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 3 =$ $= (\sqrt{3})^2$, deci numerele $6 - 2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ și $2 + \sqrt{3}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice	3p 2p
2.	Axa Ox este tangentă graficului funcției $f \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0$ $m = -2$ sau $m = 2$	3p 2p
3.	$25 \cdot 5^x - 5^x = 24$, deci $5^x = 1$ $x = 0$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte are 81 de elemente, deci sunt 81 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte sunt $3 \cdot 9 = 27$ de numere care au cifra zecilor multiplu de 3, deci sunt 27 de cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{1}{3}$	2p 2p 1p
5.	$\overline{MA} + 2\overline{MA} + 2\overline{AB} + 3\overline{MC} = \vec{0}$, deci $3(\overline{MA} + \overline{MC}) + 2\overline{AB} = \vec{0}$ și, cum $\overline{MA} + \overline{MC} = 2\overline{MD}$, obținem $\overline{MD} = -\frac{1}{3}\overline{AB}$ Vectorii \overline{MD} și \overline{AB} sunt coliniari, deci dreptele MD și AB sunt paralele	3p 2p
6.	Unghiul C are măsura egală cu 90° , deci triunghiul ABC este dreptunghic în C $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ și, cum $AC = 3$, obținem $AB = 2\sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & i & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot i \cdot (-1) + 0 + 0 - (-2) \cdot i \cdot 1 - 0 - 0 =$ $= -i + 2i = i$	3p 2p
b)	Cum $B \cdot B = -I_3$, $A(z_1) \cdot A(z_2) = (aI_3 + bB)(cI_3 + dB) = acI_3 + adB + bcB + bdB \cdot B =$ $= (ac - bd)I_3 + (ad + bc)B = A(z_1 z_2)$, pentru orice $z_1 = a + ib$ și $z_2 = c + id$, cu a, b, c și d numere reale	3p 2p
c)	$A(1+i) \cdot A(2+i) \cdot A(3+i) \cdot A(1-i) \cdot A(2-i) \cdot A(3-i) = A((1+i)(2+i)(3+i)(1-i)(2-i)(3-i)) =$ $= A((1+i)(1-i)(2+i)(2-i)(3+i)(3-i)) = A(2 \cdot 5 \cdot 10) = 100I_3$, deci $n = 100$	2p 3p

2.a)	$x * y = \log_2(2^x(2^y - 2) - 2^{y+1} + 4 + 2) =$	3p
	$= \log_2(2^x(2^y - 2) - 2(2^y - 2) + 2) = \log_2((2^x - 2)(2^y - 2) + 2)$, pentru orice $x, y \in M$	2p
b)	$x * e = x$ pentru orice $x \in M$, unde e este elementul neutru al legii de compoziție, deci $(2^x - 2)(2^e - 3) = 0$ pentru orice $x \in M$, de unde obținem $e = \log_2 3 \in M$	3p
	Cum $(\log_2 3) * x = x$ pentru orice $x \in M$, obținem că $e = \log_2 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p
c)	$x * x * x = \log_2((2^x - 2)^3 + 2)$, pentru orice $x \in M$	3p
	$(x * x * x) - 3x = \log_2\left(\frac{(2^x - 2)^3 + 2}{2^{3x}}\right) = \log_2\left(1 - \frac{6(2^x - 1)^2}{2^{3x}}\right) < 0$, pentru orice $x \in M$, de unde obținem că $x * x * x < 3x$, pentru orice $x \in M$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^3 + 3x + 1)'e^{-x} + (x^3 + 3x + 1)(e^{-x})' = (3x^2 + 3)e^{-x} - (x^3 + 3x + 1)e^{-x} =$	3p
	$= (-x^3 + 3x^2 - 3x + 2)e^{-x} = (2 - x)(x^2 - x + 1)e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x) - e^{-x}}{f(x) + e^{-x}}\right)^{f(x)e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 + 3x}{x^3 + 3x + 2}\right)^{x^3 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-2}{x^3 + 3x + 2}\right)^{\frac{x^3 + 3x + 2}{-2}} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2(x^3 + 3x + 1)}{x^3 + 3x + 2} = e^{-2}$	2p
c)	$g(x) = x^3 + 3x = \begin{cases} -x^3 - 3x, & x \in (-\infty, 0) \\ x^3 + 3x, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$	2p
	g este continuă și, cum pentru orice $x \in (-\infty, 0)$, $g'(x) = -3x^2 - 3 < 0 \Rightarrow g$ este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0)$ și pentru orice $x \in (0, +\infty)$, $g'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \Rightarrow g$ este strict crescătoare pe $(0, +\infty)$, obținem că funcția g are un singur punct de extrem	3p
2.a)	$\int_4^6 \frac{f(x)}{\ln(x-1)} dx = \int_4^6 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _4^6 =$	3p
	$= 18 - 8 = 10$	2p
b)	F este o primitivă a lui f , deci $F'(x) = f(x) = x \ln(x-1)$, de unde obținem că $F'(x) > 0$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$, deci F este strict crescătoare pe $(2, +\infty)$	3p
	Cum $2 < \sqrt{7} < 3$, obținem că $F(\sqrt{7}) < F(3)$	2p
c)	$\int_3^5 f(x) dx = \int_3^5 \left(\frac{x^2 - 1}{2}\right)' \ln(x-1) dx = \frac{x^2 - 1}{2} \ln(x-1) \Big _3^5 - \frac{1}{2} \int_3^5 \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} dx =$	3p
	$= 12 \ln 4 - 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \Big _3^5 = 20 \ln 2 - 5 = 5(4 \ln 2 - 1)$, de unde obținem $m = 5$	2p