EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Proba E c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ   Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **30 de puncte**

1.	$2\sqrt[3]{6}=\sqrt[3]{48}$	**2p**
	$3\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{81}$	**2p**
	$2\sqrt[3]{6}<3\sqrt[3]{3}$	**1p**
2.	$\lvert x\rvert\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow \operatorname{Im} f\subset[0,+\infty)$	**2p**
	$x\geq 0\Rightarrow x=f(x)\Rightarrow[0,+\infty)\subset\operatorname{Im} f$	**2p**
	$\operatorname{Im} f=[0,+\infty)$	**1p**
3.	$\Delta=1-4m^2$	**2p**
	Ecuația are două soluții egale $\Leftrightarrow\Delta=0$	**1p**
	$\Delta=0\Leftrightarrow m=\pm\frac{1}{2}$	**2p**
4.	$T_{k+1}=C_{41}^{k}\sqrt[4]{2^k}=C_{k+1}^{k}2^{\frac{k}{4}}$	**2p**
	$T_{k+1}\in\mathbb{Q}\Leftrightarrow 4$ divide k	**1p**
	Sunt 11 termeni raționali	**2p**
5.	$m_{AB}=m_{CD}$	**1p**
	$m_{AB}=-\frac{1}{2}$ şi $m_{CD}=\frac{a+3}{3}$	**2p**
	Finalizare: $a=-\frac{9}{2}$	**2p**
6.	$\sin^3 x+\cos^3 x=1, x\in A$, numai pentru $x\in\left\{0;\ \frac{\pi}{2}\right\}$	**3p**
	$P=\frac{2}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **30 de puncte**

1.a)	$A^2=\begin{pmatrix}0&0&1\\a&0&0\\0&a&0\end{pmatrix}$	**1p**
	$A^3=aI_3$	**2p**
	$A^{2010}=\left(A^3\right)^{670}=a^{670}I_3$	**2p**

b)	$B_1 = A + A^2 + A^3 = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ a & a & 1 \\ a & a & a \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(B_1) = a(a-1)^2$	**2p**
	$\det(B_1) = 0 \Leftrightarrow a = 0$ sau $a = 1$	**1p**
c)	$B_n = A^{n-1}B_1$	**1p**
	B_n inversabilă $\Leftrightarrow \det(B_n) \neq 0$	**1p**
	$\det B_n = a^n(a-1)^2$	**2p**
	$a \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$	**1p**
2.a)	$x * y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} + m - 6$	**1p**
	Dacă $m = 6$, atunci oricare ar fi $x, y \in M$ rezultă că $x * y \neq \frac{3}{2}$, adică $x * y \in M$	**2p**
	Dacă $m \neq 6$, atunci $0 * \frac{2m-3}{6} = \frac{3}{2}$	**1p**
	Cum $0, \frac{2m-3}{6} \in M$ rezultă $0 * \frac{2m-3}{6} \notin M$, deci $m = 6$	**1p**
b)	Asociativitatea	**1p**
	Justificarea faptului că elementul neutru este 2	**2p**
	Justificarea faptului că pentru $x \in M$, există $x' = \frac{3x-4}{2x-3} \in M$ astfel încât $x * x' = x' * x = 2$	**2p**
c)	Verificarea relației $f(x * y) = f(x) \cdot f(y),\ \forall x, y \in M$	**3p**
	Justificarea faptului că f este bijectivă	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **30 de puncte**

1.a)	$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x-1)^2}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}},\ x \neq \pm\frac{1}{2}$	**2p**
	$f(0) = -2$ şi $f'(0) = 0$	**2p**
	$y + 2 = 0$	**1p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$	**3p**
	$y = 0$ asimptotă orizontală spre $+\infty$	**2p**
c)	$f(1) + f(2) + ... + f(n) = 1 - \sqrt[3]{2n+1}$	**2p**
	$\lim\limits_{n\to\infty}\left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2n+1}}\right)^{-\sqrt[3]{2n+1}}\right]^{\frac{\sqrt[3]{2n}}{-\sqrt[3]{2n+1}}} =$	**1p**
	$= e^{\lim\limits_{n\to\infty}\left(-\frac{\sqrt[3]{2n}}{\sqrt[3]{2n+1}}\right)} =$	**1p**
	$= e^{-1} = \frac{1}{e}$	**1p**
2.a)	$I_1 + I_2 + I_3 = \int_0^1 \frac{x^3 + x^2 + x}{x^2 + x + 1}dx =$	**2p**

	$=\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$	**3p**
b)	$0 \le x \le 1 \Rightarrow x^n \ge x^{n+1}$	**1p**
	$x^2 + x + 1 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$	**2p**
	$\frac{x^n}{x^2+x+1} \ge \frac{x^{n+1}}{x^2+x+1},\ \forall x \in [0,1] \Rightarrow I_n \ge I_{n+1},\ \forall n \in \mathbb{N}^*$, adică şirul este descrescător	**2p**
c)	$x^2 + x + 1 \ge 1,\ \forall x \ge 0 \Rightarrow 0 \le \frac{x^n}{x^2+x+1} \le x^n,\ \forall x \in [0,1] \Rightarrow$	**2p**
	$\Rightarrow 0 \le I_n \le \int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$	**2p**
	$\lim_{n\to\infty} I_n = 0$	**1p**