

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Probă scrisă la matematică - Proba E c)

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați $\log_2 \frac{1}{8} + \sqrt[3]{27}$.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 - 3^{x^2-1} = 1$.
- 5p 4. Determinați câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. Se consideră vectorii $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$.
- 5p 6. Un triunghi dreptunghic are catetele $AB = 3, AC = 4$. Determinați lungimea înălțimii duse din A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $A^2 - A$.
- 5p b) Determinați inversa matricei A .
- 5p c) Rezolvați ecuația $A \cdot X = \begin{pmatrix} 2010 & 2010 \\ 2009 & 2010 \end{pmatrix}, X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_3[X], f = X^2 + X, g = X^2 + \hat{2}X + a$, cu $a \in \mathbb{Z}_3$.
- 5p a) Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$.
- 5p b) Determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Demonstrați că $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(\hat{2})$, pentru oricare $a \in \mathbb{Z}_3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \cdot e^x$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[-2, 0]$.
- 5p c) Demonstrați că $0 \leq f(x) + f(x^2) \leq \frac{e^2 + 1}{e}$, oricare ar fi $x \in [-1, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.
- 5p b) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.
- 5p c) Calculați $\int_1^e f(x) \cdot \ln x dx$.