Varianta 066

SUBIECTUL I

a) Punctul $M(-2,0)$ este simetricul lui A față de O .b) 1.

c) Numărul a este mai mic. d) Pentru că $\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=4$ rezultă că punctul A este pe cercul dat. e) $AB=2\sqrt{2}$. f) $\vec{v}\perp\vec{w}\Leftrightarrow a\cdot 1+1\cdot 2=0\Leftrightarrow a=-2$.

SUBIECTUL II

1.

a) $x=1$. b) $\log_2 8-\log_3 9=3-2=1\in\mathbf{Z}$. c) $x_1=1, x_2=-2$. d) 1. e) $\frac{2}{5}$.

2.

a) $f'(x)=3-\cos x$. b) $\int_0^1 f(x)dx=\frac{3}{2}+\cos 1-1$. c) 2.

d) $f'(x)>0$ pentru orice $x\in\mathbf{R}$, deci f este sctrict crescătoare. e) 1.

SUBIECTUL III

a) $f(0)=i^{10}+i^{10}=-2$. b) $\Rightarrow a_{10}=2, a_0=-2$.

c) Suma coeficienților este $f(1)=2-90+410-410+90-2=0$, din relația de la punctul b), sau $f(1)=(1+i)^{10}+(1-i)^{10}=(2i)^5+(-2i)^5=0$. d) $f(-1)=f(1)=0$.

e) $a_{10}=2, a_8=-90, a_6=410, a_4=-410, a_2=90, a_0=-2$ şi

$a_9=a_7=a_5=a_1=0$ numere reale.

f) Dacă $z\in\mathbf{C}$ este rădăcină pentru f atunci

$(z+i)^{10}+(z-i)^{10}=0\Leftrightarrow (z+i)^{10}=-(z-i)^{10}$ şi trecând la module se obține

$\left|(z+i)^{10}\right|=\left|-(z-i)^{10}\right|\Leftrightarrow |z+i|^{10}=|-1|\cdot|z-i|^{10}\Leftrightarrow |z+i|=|z-i|$.

g) Fie $z\in\mathbf{C}$ o rădăcină complexă a polinomului f . Atunci $|z+i|=|z-i|$ şi

$z=a+ib\Rightarrow\sqrt{a^2+(b+1)^2}=\sqrt{a^2+(b-1)^2}$, de unde $b=0$ şi $z=a\in\mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV

a) $f'(x)=2006(x+1)^{2005}-2006$. b) $f(0)=1-0-1=0, f'(0)=0$.

c) Deoarece $f''(x)=2006\cdot 2005(x+1)^{2004}\geq 0$ pentru orice $x\in\mathbf{R}$, rezultă f este convexă pe $\mathbf{R}$.

d) În punctul de abscisă $x=0$ se atinge minimul funcției f. Rezultă
$f(x) \geq f(0)=0, \forall x \in \mathbf{R}$.
e) Se aplică regula lui l'Hospital şi se obține $1003 \cdot 2005$. f)
$\int_0^1 f(x) dx = \frac{2^{2007}-1}{2007} - 1004$.
g)
$(x+1)^{2007} = x^{2007} + C_{2007}^1 x^{2006} + ... + C_{2007}^2 x^2 + C_{2007}^1 x + 1 \geq C_{2007}^2 x^2 + C_{2007}^1 x + 1 =$
$2007 \cdot 1003 \cdot x^2 + 2007 \cdot x + 1, \forall x \geq 0.$