Varianta 012

SUBIECTUL I

a) 5.
b)b.
c) $2 \in \mathbf{Z}$ **.**
d) 9.
e) $m = 2$**.**
f) $a = \frac{23}{41}, b = \frac{2}{41}$

SUBIECTUL II

1.
a) -8.
b) O_2.
c) $x^2 - 2x - 2 = 0$.
d) 8
e) $\frac{1}{5}$.

2.
a) $5 - 2\cos x$.
b) $\frac{1}{2} + 2\cos 1$.
c) 3.
d) $x_0 = \pi$.
e) $\frac{5}{7}$.

SUBIECTUL III

a)Cum $f = (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3) \Rightarrow s = 1$.
b)Din **a)** avem $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) = f(1) = 1 - p + q - r$.
c) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = p^2 - 2q.$
d)Dacă g are rădăcinile y_1, y_2 şi y_3, atunci $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1 - 2 < 0$, deci y_1, y_2 şi y_3 nu pot fi toate reale .
e) $f(x) = x^3 - px^2 + qx - r < 0$, deoarece $x^3 \le 0$, $-px^2 \le 0$, $qx \le 0$ şi $-r < 0$.
f)Din **e),**dacă $x \in (-\infty, 0] \Rightarrow f(x) < 0$,deci x nu poate fi rădăcină .
g) Dacă polinomul $h = (X - a)(X - b)(X - c)$ are forma algebrică $h = X^3 - uX^2 + vX - w$,unde $u, v, w \in (0, \infty)$, atunci din **f) ,** rezultă că h nu poate avea rădăcini in intervalul $(-\infty, 0]$.
Cum rădăcinile sale sunt numere reale a, b, c rezultă că $a, b, c \in (0, \infty)$.

SUBIECTUL IV

a) $f'(x)=3(x+2)^2-3x^2$.

b) $f''(x)=12>0, \forall x\in \mathbf{R}$ **,** deci funcția f este convexă pe **R .**

c)Cum $f'(x)=12(x+1)$, rezultă că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty,-1]$ și strict crescătoare pe intervalul $[-1,\infty)$.

d)Din **c) ,** rezultă $f(x)\geq f(-1), \forall x\in$ **R ,**adică $f(x)\geq 2, \forall x\in$ **R .**

e) Cum $f(x)\geq 2>0,\ \forall x\in$ **R ,** rezultă că orice primitivă a sa are derivata strict pozitivă ,deci va fi strict crescătoare pe **R** .

f) $\int_0^1 \mathrm{f}(\mathrm{x})dx=\int_0^1(\mathrm{x}+2)^3dx-\int_0^1 x^3dx=\left.\frac{(x+2)^4}{4}\right|_0^1-\left.\frac{x}{4}\right|_0^1=\frac{3^4-2^4}{4}-\frac{1}{4}.$

g) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(-x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(2-x)^3+x^3}{(x+2)^3-x^3}=1.$