

Varianta 062

SUBIECTUL I

a) 0. b) $R = \frac{13}{2}$. c) aria este 4. d) $\sqrt{10}$. e) modulul este 1.

f) Partea reală a acestui număr este $\cos 5\pi = -1$.

SUBIECTUL II

1.

a) $\frac{11}{123}$. b) 12 elemente. c) $a = -3, b = -2 \Rightarrow b > a$. d) $C_5^3 = 10$. e) 6.

2.

a) $f(x) = (x-2)^2, f'(x) = 2(x-2)$. Avem $f(2) = f'(2) = 0$.

b) $x_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbf{N}^*$. c) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ este ecuația asimptotei

orizontale spre $+\infty$. d) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x$.

e) $f''(x) = 6x, f''(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty, 0]$ și $f''(x) \geq 0, \forall x \in [0, \infty)$, deci funcția este concavă pe $(-\infty, 0]$ și convexă pe $[0, \infty)$.

SUBIECTUL III

a) $\det E = 0$ și rangul matricei este 1. b) $E^2 = 3 \cdot E$. c) $E^{2007} = 3^{2006} \cdot E$.

d) $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

e) $\text{card}(G) = 3^9$. f) $E \cdot A = A \cdot E = O_3$; fiecare element din $E \cdot A$, respectiv

$A \cdot E$ este egal cu suma elementelor de pe o anumită linie, respectiv coloană a matricei $A, A \in H$.

g) $(E + A)^{2007} = \sum_{k=0}^{2007} C_{2007}^k A^k \cdot E^{2007-k} = E^{2007} + A^{2007}$ (vezi punctul f)).

SUBIECTUL IV

a) $f'(x) = e^{-1+x}, g'(x) = e^{-1+x} - 1$. b) $g'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ este punct de minim local.

c) g crescătoare pe $(1, \infty) \Rightarrow g(x) > g(1) = 0, \forall x > 1$.

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x}{f(x)} = 1.$

e) Prin verificare, $x_n > 1, \forall n \geq 0.$

f) $0 < g(x_n) = f(x_n) - x_n = x_{n+1} - x_n, \forall x_n > 1$, șirul este crescător.

g) Din c) avem $e^{x-1} > x$. Atunci $x + e^{x-1} > 2x, \forall x > 1$. Deci

$$\int_1^e \frac{1}{x + e^{x-1}} dx < \int_1^e \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2}.$$