

Varianta 005

SUBIECTUL I

a) $M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$. b) $S = 2$. c) $BC = \sqrt{10}$. d) $a = 2$. e) $\sin \hat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

f) $R = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

SUBIECTUL II

1.

a) Există 7 submulțimi. b) $\lceil \log_2 6 \rceil = 2$. c) $f_{\max} = f(1) = 3$. d) $a = 0$. e) $a = -1$.

2.

a) $A(0, 2)$. b) $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2}, x \in \mathbf{R}$. c) $y = 0$ asimptotă orizontală spre $+\infty$. d) 0.

e) π .

SUBIECTUL III

a) rezultă din calcul.

b) rezultă din definiția elementului neutru.

c) simetricul elementului $A(1)$ este $A\left(\frac{1}{4}\right) \in M$.

d) rezultă din calcul.

e) Folosind d) rezultă din calcul.

f) Presupunem $f(x) = f(y) \Rightarrow \frac{1}{2}A(x) = \frac{1}{2}A(y) \Rightarrow x = y$, deci f este injectivă.

g) Utilizând e) și f) avem $x \in \left\{1, \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right\}$.

SUBIECTUL IV

a) $f_1(\sin x) = -4\sin^3 x + 3\sin x = \sin 3x, \forall x \in \mathbf{R}$.

b) $f_2(\sin x) = f_1(f_1(\sin x)) = f_1(\sin 3x) = -4\sin^3(3x) + \sin(3x) = \sin(3^2 x), \forall x \in \mathbf{R}$.

c) Se aplică principiul inducției matematice și punctul a).

d) Utilizând c) avem: $l_k = 3^{k+1}, k \in \mathbf{N}^+$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n+1}}{3^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^2(3^n - 1)}{2 \cdot 3^{n+1}} = \frac{3}{2}$.

f) Rezultă din a).

g) Se obține cu substituția $\frac{\pi}{2} - x = t$.