Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $30\cdot\left(\frac{1}{3}-0,3\right)=1$.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-x+a=0$, unde a este număr real. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $x_1x_2-1<0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}=9^x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$ și $B(4,4)$. Demonstrați că punctele A, O și B sunt coliniare.

5p **6**. Demonstrați că $(\sin x+\cos x)^2-\sin 2x=1$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&-5\\2&6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6&5\\-2&1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=16$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A\cdot B=aI_2$.

5p **c)** Demonstrați că $\det\left(xA+\frac{1}{x}B\right)\geq 49$, pentru orice număr real nenul x.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=5xy+15(x+y)+42$.

5p **a)** Arătați că $(-2)\circ(-2)=2$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=5(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x-3)\circ(x-3)\circ(x-3)=197$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)e^x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.

5p **c)** Demonstrați că $-e\leq f(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,2]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}(f(x)-1)\,dx=2$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Calculați $\int_{1}^{e} f(x)\ln x\,dx$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$30\cdot\left(\frac{1}{3}-0,3\right)=30\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{10}\right)=30\cdot\frac{10-9}{30}=$	**3p**
	$=30\cdot\frac{1}{30}=1$	**2p**
2.	$x_1x_2=a$	**3p**
	$a-1<0\Leftrightarrow a\in(-\infty,1)$	**2p**
3.	$3^{x+1}=3^{2x}\Leftrightarrow x+1=2x$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 9 numere naturale de două cifre care au cifra unităților egală cu 3, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$	**2p**
5.	$AO=\sqrt{2}$, $OB=4\sqrt{2}$	**2p**
	$AB=5\sqrt{2}\Rightarrow AB=AO+OB$, deci punctele A, O și B sunt coliniare	**3p**
6.	$\sin^2 x+2\sin x\cos x+\cos^2 x-2\sin x\cos x=$	**3p**
	$=\sin^2 x+\cos^2 x=1$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & -5\\ 2 & 6\end{vmatrix}=1\cdot 6-2\cdot(-5)=$	**3p**
	$=6+10=16$	**2p**
b)	$\begin{pmatrix}1 & -5\\ 2 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}6 & 5\\ -2 & 1\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}16 & 0\\ 0 & 16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & a\end{pmatrix}$	**3p**
	$a=16$	**2p**
c)	$\det\left(xA+\frac{1}{x}B\right)=\begin{vmatrix}x+\frac{6}{x} & -5x+\frac{5}{x}\\ 2x-\frac{2}{x} & 6x+\frac{1}{x}\end{vmatrix}=16x^2+\frac{16}{x^2}+17$	**3p**
	$16x^2+\frac{16}{x^2}+17\geq 49\Leftrightarrow 16x^2+\frac{16}{x^2}-32\geq 0\Leftrightarrow 16\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\geq 0$, relație adevărată pentru orice număr real nenul x	**2p**

2.a)	$(-2)\circ(-2)=5\cdot(-2)\cdot(-2)+15(-2+(-2))+42=$ $=20-60+42=2$	**3p** **2p**
b)	$x\circ y=5xy+15x+15y+45-3=$ $=5x(y+3)+15(y+3)-3=5(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
c)	$(x-3)\circ(x-3)=5x^2-3$, $(x-3)\circ(x-3)\circ(x-3)=25x^3-3$ $25x^3-3=197 \Leftrightarrow x=2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1\cdot e^x+(x-2)e^x=$ $=e^x(1+x-2)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-2}{e^{-x}}=$ $=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{-e^{-x}}=0$	**3p** **2p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,1]$, $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,2]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,2]$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, $f(1)=-e$ și $f(2)=0$, deci $-e\le f(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,2]$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}(f(x)-1)dx=\int_{-1}^{1}3x^2dx=x^3\Big\vert_{-1}^{1}=$ $=1-(-1)=2$	**3p** **2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a lui $f\Rightarrow F'(x)=f(x)=3x^2+1$, $x\in\mathbb{R}$ $F'(x)>0$, pentru orice număr real x, deci F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	**2p** **3p**
c)	$\int_{1}^{e}f(x)\ln x\,dx=\int_{1}^{e}(3x^2+1)\ln x dx=(x^3+x)\ln x\Big\vert_{1}^{e}-\int_{1}^{e}(x^3+x)\cdot\frac{1}{x}dx=e^3+e-\int_{1}^{e}(x^2+1)dx=$ $=e^3+e-\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big\vert_{1}^{e}=e^3+e-\left(\frac{e^3}{3}+e\right)+\left(\frac{1^3}{3}+1\right)=\frac{2e^3+4}{3}$	**3p** **2p**