Prezenta lucrare conține_______pagini

Numele:……………………………………………...
…………………………………………………………………
Inițiala prenumelui tatălui: ……………............
Prenumele:……………………………..............
…………………………………...………………
Școala de proveniență: ………..........................
…………………………………………………………………
Centrul de examen: ....
Localitatea: ……………………………….........
Județul: ……………………………………….........

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2022-2023

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ este: a) $\frac{3}{11}$; b) 1; c) $\frac{5}{6}$; d) $\frac{7}{6}$.
5p	**2.** Cel mai mare număr întreg din intervalul $[-3,4)$ este: a) 4; b) -3; c) 5; d) 3.
5p	**3.** Numărul numerelor divizibile cu 3 din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ este: a) 1; b) 3; c) 5; d) 4.
5p	**4.** Media aritmetică a numerelor $4+2\sqrt{2}$ și $2(1-\sqrt{2})$ este: a) 2; b) $3+2\sqrt{2}$; c) $2-\sqrt{2}$; d) 3.

5p **5**. Temperatura maximă măsurată este prezentată în tabelul următor:

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
Temperatura	5°	-2°	4°	-3°	2°

Cea mai mare diferență de temperatură este între zilele:

a) Luni și Marți;
b) Miercuri și Joi ;
c) Luni și Joi;
d) Marți și Joi.

5p **6.** Dacă numerele reale a și b sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar $a+b=20$, atunci egalitatea $a+2b=30$ este:

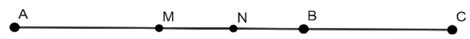
a) Adevărată;
b) Falsă.

SUBIECTUL al II-lea

Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

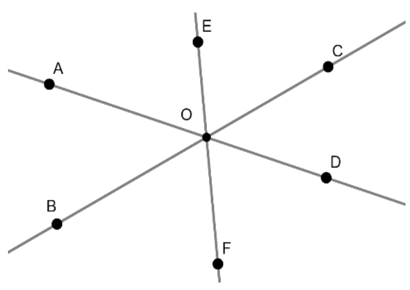
5p **1.** În figura alăturată punctele A, B și C sunt coliniare, iar M și N sunt mijloacele segmentelor AB și AC. Dacă $AB=4cm$ și $BC=2cm$, atunci lungimea segmentului MN este:

a) 1 cm;
b) 2 cm;
c) 3 cm;
d) 1,5 cm.



5p **2.** Unghiurile AOB și COD din figura alăturată sunt opuse la vârf. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOC, iar semidreapta OF este semidreapta opusă semidreptei OE. Dacă $\sphericalangle COD = 40^0$, atunci măsura unghiului AOF este egală cu:

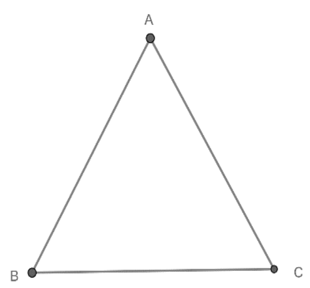
a) 80°;
b) 70°;
c) 250°;
d) 110°.



5p **3.** Fie ΔABC în care $\sphericalangle A=60^\circ$, iar $\sphericalangle B=\dfrac{\sphericalangle B+\sphericalangle C}{2}$.

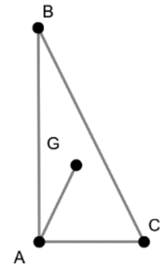
Dacă $BC=2cm$, atunci perimetrul ΔABC este:

a) 7 cm ;
b) 5 cm;
c) $6+2\sqrt{3}$ cm ;
d) 6 cm.



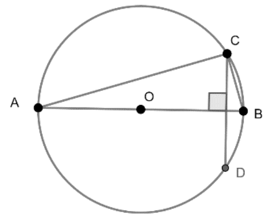
5p **4.** Se consideră $\Delta ABC\left(\sphericalangle A=90^{\circ}\right)$ și $BC=6cm$. Dacă G este centrul de greutate al ΔABC, atunci lungimea segmentului AG este:

a) 2 cm;
b) 4 cm ;
c) 3 cm ;
d) 6 cm .



5p **5.** Fie AB diametru în cercul de centru O și rază 10 cm și $CD \perp AB$.
Dacă $AC=10\sqrt{3}\,cm$, atunci aria triunghiului ADC este:

a) $24\,cm^2$;
b) $75\,cm^2$;
c) $75\sqrt{3}\,cm^2$;
d) $50\sqrt{3}\,cm^2$.



5p **6.** Suma muchiilor unui tetraedru regulat este 36cm. Suma ariilor tuturor fețelor tetraedrului este:

a) $36\sqrt{3}cm^2$;
b) $30cm^2$;
c) $12\sqrt{2}cm^2$;
d) $18cm^2$.

SUBIECTUL al III-lea
Scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. Un excursionist parcurge un traseu în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{4}$ din lungimea traseului, în doua zi $\frac{2}{3}$ din rest, iar în a treia zi, ultimii 24 km.

(2p) a) Este posibil ca lungimea traseului să fie de 100km? Justificați răspunsul.

(3p) b) Câți kilometri a parcurs excursionistul în a doua zi ?

2. Se consideră numerele $a=\frac{9}{\sqrt{3}}-\frac{3}{2}\sqrt{1+\frac{1}{3}}+\sqrt{\frac{14}{5}\cdot\frac{20}{7}}$ și $b=\sqrt{12}-\sqrt{8}$.

(2p) a) Să se arate că $a=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$.

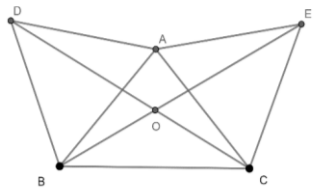
(3p) b) Să se arate că media geometrică a numerelor a și b este un număr natural.

3. Se consideră mulțimile $A=\{x\in\mathbb{Z}\,\|2x-1|\le 3\}$ și $B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x^2=1\}$.

(3p) a) Să se determine mulțimea A.

(2p) b) Aflați cardinalul mulțimii $A\cap B$.

4. În exteriorul triunghiului isoscel $ABC\left(AB=AC\right)$ se construiesc triunghiurile echilaterale ABD și ACE. Notăm $BE \cap CD = \{O\}$.

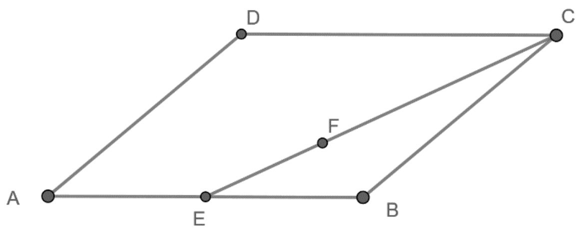


(2p) a) Să se arate că $BE \equiv CD$;

(3p) b) Demonstrați că $OA \perp DE$.

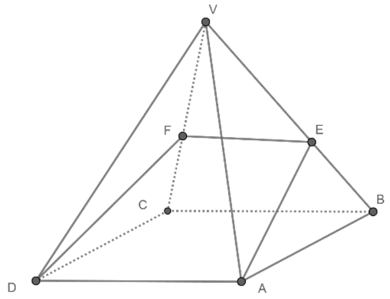
5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ având aria $32cm^2$. Fie E mijlocul segmentului AB și $F \in CE$ astfel încât $CF = 2FE$.

(2p) a) Aflați aria triunghiului CEB;



(3p) b) Arătați că punctele B, F, D sunt coliniare.

6. În piramida patrulateră regulată $VABCD$ avem $VA = 12cm$ și $\sphericalangle VAB = 70^\circ$. Pe muchia *VB* se consideră punctul *E*, iar pe muchia *VC* se consideră punctul *F*.



(2p) a) Calculați măsura unghiului AVB;

(3p) b) Să se determine cea mai mică valoare a sumei $AE + EF + FD$.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MARAMUREȘ
EVALUARE NAŢIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A
SIMULARE
Anul școlar 2022 – 2023
Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.
SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:
• Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
• Nu se acordă punctaje intermediare.
SUBIECTUL al III-lea
• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	b	**5p**
2.	d	**5p**
3.	d	**5p**
4.	d	**5p**
5.	c	**5p**
6.	b	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	a	**5p**
2.	d	**5p**
3.	d	**5p**
4.	a	**5p**
5.	c	**5p**
6.	a	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a.** Presupunem că lungimea traseului este de 100km. Atunci în prima zi parcurge $\frac{1}{4}\cdot 100=25km$ și rămân $100-25=75km$. În a doua zi parcurge $\frac{2}{3}\cdot 75=50km$ și rămân pentru a treia zi *25 km* ceea ce este fals. Deci lungimea nu poate fi *100 km*. ***Obs.*** *Rezolvarea completă a punctului b. și specificarea faptului că lungimea drumului nu poate fi 100km se punctează cu 2p.*	**2p**
	b. Fie x lungimea drumului. Atunci în prima zi parcurge $\frac{1}{4}x$ și rămân $x-\frac{x}{4}=\frac{3x}{4}km$	**1p**
	În a doua zi parcurge $\frac{2}{3}\cdot\frac{3x}{4}=\frac{x}{2}$ și rămân $\frac{3x}{4}-\frac{x}{2}=\frac{x}{4}km$	**1p**
	Deci $\frac{x}{4}=24\Rightarrow x=96km$,atunci a doua zi a parcurs *48 km*	**1p**

2.	**a.** $a=\frac{9\sqrt{3}}{3}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{4}{3}}+\sqrt{8}$ $a=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$	**1p** **1p**
	b. $b=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ $m_g=\sqrt{ab}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)}=\sqrt{12-8}=\sqrt{4}=2\in\mathbb{N}$	**1p** **2p**
3.	**a.** $\left\|2x-1\right\|\le 3\Leftrightarrow -3\le 2x-1\le 3\left\|+1\Leftrightarrow -2\le 2x\le 4\right\|:2\Leftrightarrow -1\le x\le 2$ $A=\{-1,0,1,2\}$	**2p** **1p**
	b. $x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1\Rightarrow B=\{\pm 1\}$ $A\cap B=\{-1,1\}$, deci card $A\cap B=2$	**1p** **1p**
4.	**a.** Deoarece ΔABC este isoscel $\Rightarrow \measuredangle ABC\equiv\measuredangle ACB\Rightarrow\measuredangle DBC\equiv\measuredangle ECB$ Dar $BC\equiv BC, DB\equiv AB\equiv AC\equiv CE\overset{LUL}{\Longrightarrow}\Delta BDC\equiv\Delta CEB\Rightarrow BE\equiv CD$	**1p** **1p**
	b. Din **a.** $\Rightarrow\measuredangle DCB\equiv\measuredangle EBC\Rightarrow\measuredangle OBC\equiv\measuredangle OCB\Rightarrow\Delta OBC$ este isoscel $\Rightarrow OB\equiv OC\Longrightarrow OD\equiv OE$ Atunci triunghiurile ODE și ADE sunt isoscele cu baza comună DE deci OA este mediatoarea lui $DE\Longrightarrow OA\perp DE$	**1p** **1p** **1p**
5.	**a.** $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow\Delta BAC\equiv\Delta DCA\Rightarrow A_{BAC}=A_{DCA}=\frac{1}{2}A_{ABCD}=16cm^2$ Dar CE este mediană în $\Delta CAB\Rightarrow A_{CEB}=\frac{1}{2}A_{BAC}=8cm^2$	**1p** **1p**
	b. CE este mediană în $\Delta CBA, CF=\frac{2}{3}CE$, deci punctul F este centrul de greutate al ΔCBA Fie $\{O\}=AC\cap BD$. Cum $ABCD$ este paralelogram $\Rightarrow O$ este mijlocul $AC\Rightarrow$ BO este mediană în $\Delta CBA\Rightarrow F\in BO$ Dar $O\in BD\Rightarrow F\in BD\Rightarrow$ punctele B,F,D sunt coliniare	**1p** **1p** **1p**
6.	**a.** $VABCD$ piramidă patrulateră regulată $\Rightarrow VA=VB\Rightarrow\Delta VAB$ este isoscel $\Rightarrow\measuredangle VAB=\measuredangle VBA=70^0$ Atunci $\measuredangle AVB=180^\circ-\left(\measuredangle VAB+\measuredangle VBA\right)=180^\circ-140^\circ=40^\circ$	**1p** **1p**
	b. Desfășurăm în plan fețele VAB, VBC și VCD atunci suma $AE+EF+FD$ rămâne neschimbată după desfășurare. Acestă sumă este minimă dacă A,E,F,D sunt coliniare Dar ΔVAD obținut după desfășurare este isoscel cu $\measuredangle AVD=3\cdot 40^\circ=120^\circ$. Atunci $\measuredangle VDA=\measuredangle VAD=30^\circ$. Ducem $VM\perp AD, M\in AD$, în $\Delta VMA\left(\measuredangle M=90^\circ,\measuredangle A=30^\circ\right)\Rightarrow VM=\frac{1}{2}VA=6cm$, deci $AM^2=VA^2-VM^2\Rightarrow AM=\sqrt{144-36}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}cm$, deci $AD=12\sqrt{3}cm$	**1p** **2p**