

Prezenta lucrare conține \_\_\_\_\_ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU  
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2023 – 2024**

**Matematică**

Numele: .....

Inițiala prenumelui tatălui: .....

Prenumele: .....

Școala de proveniență: .....

Centrul de examen: .....

Localitatea: .....

Județul: .....

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

### SUBIECTUL I

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**


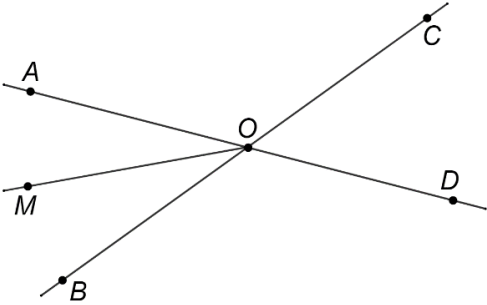
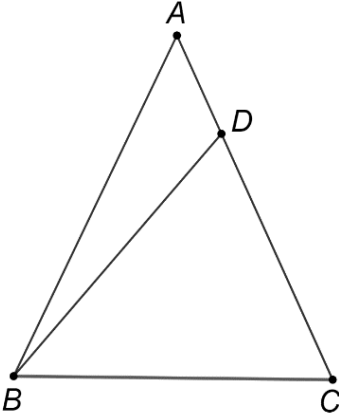
<b>5p</b>	<b>1.</b> Rezultatul calculului $3 + 2 \cdot 5$ este egal cu: a) 25 b) 13 c) 10 d) 1
<b>5p</b>	<b>2.</b> Dacă $\frac{x}{2} = \frac{3}{4}$ , atunci $4 \cdot x$ este egal cu: a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{8}{3}$ c) 6 d) 12
<b>5p</b>	<b>3.</b> Soluția ecuației $2 - x = 2$ este numărul: a) -4 b) 0 c) 2 d) 4
<b>5p</b>	<b>4.</b> Cel mai mic element al mulțimii $A = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}, \frac{1}{9999} \right\}$ este: a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{99}$ c) $\frac{1}{999}$ d) $\frac{1}{9999}$

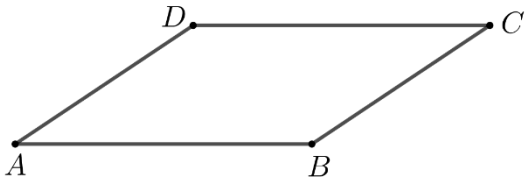
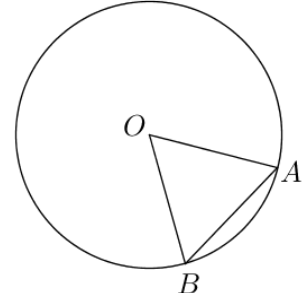
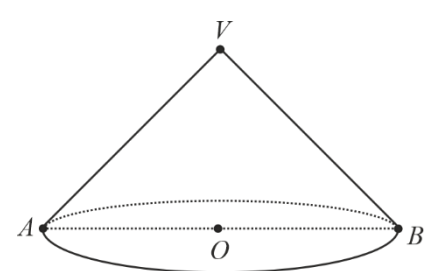
<b>5p</b>	5. Patru elevi, Andra, Marius, Ioana și David, au calculat produsul numerelor $a = \sqrt{5}$ și $b = \sqrt{20}$ . Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:							
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Andra</th> <th>Marius</th> <th>Ioana</th> <th>David</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>5</td> <td><math>2\sqrt{5}</math></td> <td><math>\sqrt{10}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Andra	Marius	Ioana	David	10	5
Andra	Marius	Ioana	David					
10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$					
	<p>Rezultatul corect a fost obținut de către:</p> <p>a) Andra b) Marius c) Ioana d) David</p>							
<b>5p</b>	6. Alina afirmă că: „În intervalul de numere reale $[-3, 2]$ sunt 7 numere întregi.” Afirmarea Alinei este: <p>a) adevărată b) falsă</p>							

**SUBIECTUL al II-lea**

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

<b>5p</b>	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare $A, B, C$ și $D$ , în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$ , iar lungimea segmentului $CD$ este egală cu 10cm. Lungimea segmentului $AD$ este egală cu: <p>a) 30cm b) 20cm c) 15cm d) 10cm</p>	
<b>5p</b>	2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf $AOB$ și $COD$ , cu punctele $A, O$ și $D$ coliniare. Măsura unghiului $AOB$ este egală cu $50^\circ$ și $OM$ este bisectoarea unghiului $AOB$ . Măsura unghiului $DOM$ este egală cu: <p>a) <math>25^\circ</math> b) <math>50^\circ</math> c) <math>130^\circ</math> d) <math>155^\circ</math></p>	
<b>5p</b>	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel $ABC$ cu $AB = AC$ și $\sphericalangle BAC = 50^\circ$ . Punctul $D$ aparține segmentului $AC$ , astfel încât $BD = BC$ . Măsura unghiului $BDC$ este egală cu: <p>a) <math>50^\circ</math> b) <math>65^\circ</math> c) <math>115^\circ</math> d) <math>130^\circ</math></p>	

5p	<p>4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul <math>ABCD</math> cu <math>AB = 10\text{cm}</math> și <math>BC = 6\text{cm}</math>. Perimetrul paralelogramului <math>ABCD</math> este egal cu:</p> <p>a) 16cm b) 24cm c) 32cm d) 40cm</p> 
5p	<p>5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru <math>O</math>. Punctele <math>A</math> și <math>B</math> aparțin cercului, astfel încât măsura unghiului <math>AOB</math> este de <math>60^\circ</math> și <math>AB = 10\text{cm}</math>. Lungimea cercului este egală cu:</p> <p>a) <math>10\pi\text{cm}</math> b) <math>20\pi\text{cm}</math> c) <math>100\pi\text{cm}</math> d) <math>200\pi\text{cm}</math></p> 
5p	<p>6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic <math>VAB</math>. Înălțimea conului are lungimea egală cu <math>2\sqrt{2}\text{cm}</math>. Aria bazei conului este egală cu:</p> <p>a) <math>8\text{cm}^2</math> b) <math>16\text{cm}^2</math> c) <math>8\pi\text{cm}^2</math> d) <math>16\pi\text{cm}^2</math></p> 

### SUBIECTUL al III-lea

*Scrieți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

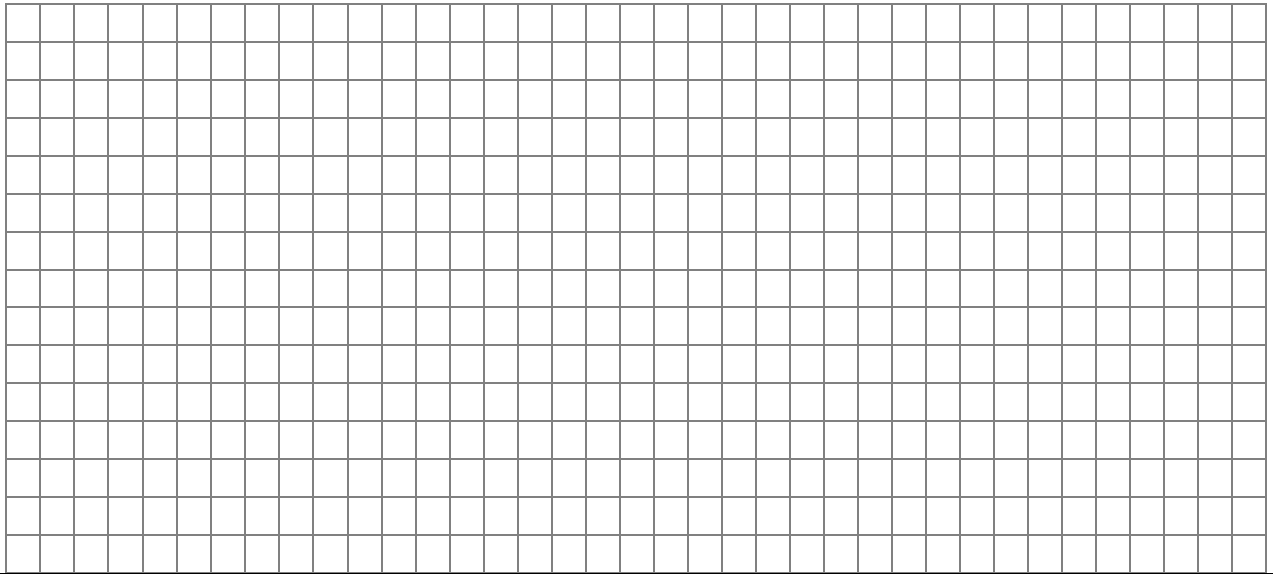
5p	<p>1. Mihai a cheltuit o sumă de bani în patru zile. În prima zi a cheltuit 20% din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi cu 20 de lei mai mult decât a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 44 de lei.</p> <p><b>(2p) a)</b> Verifică dacă Mihai a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani. Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 200px; margin-top: 10px;"></div>
----	---

**(3p) b)** Determină suma de bani cheltuită de Mihai, în total, în cele patru zile.

**5p** 2. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} \right) : \left( \frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 \right)$ , unde  $x$  este un număr real,  $x \neq -3$ ,  $x \neq 0$  și  $x \neq 3$ .

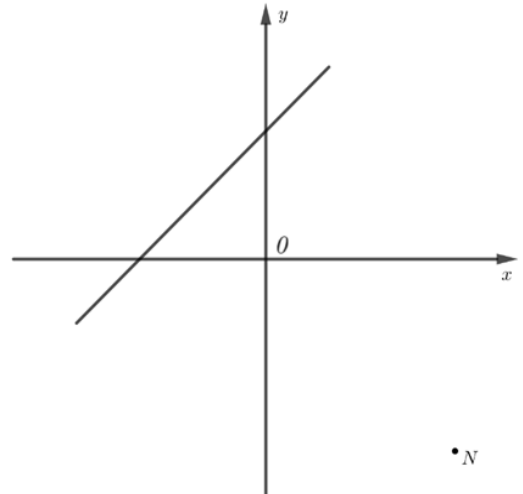
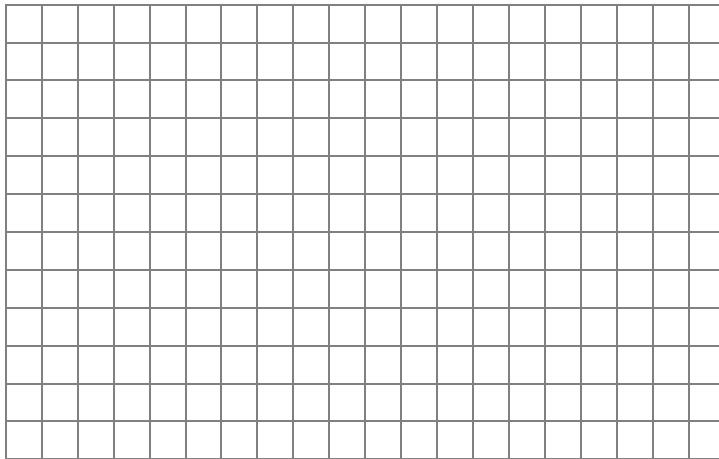
**(2p) a)** Arată că  $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq -3$  și  $x \neq 0$ .

**(3p) b)** Determină numărul natural  $n$  pentru care  $5 \cdot E(n)$  este număr natural.

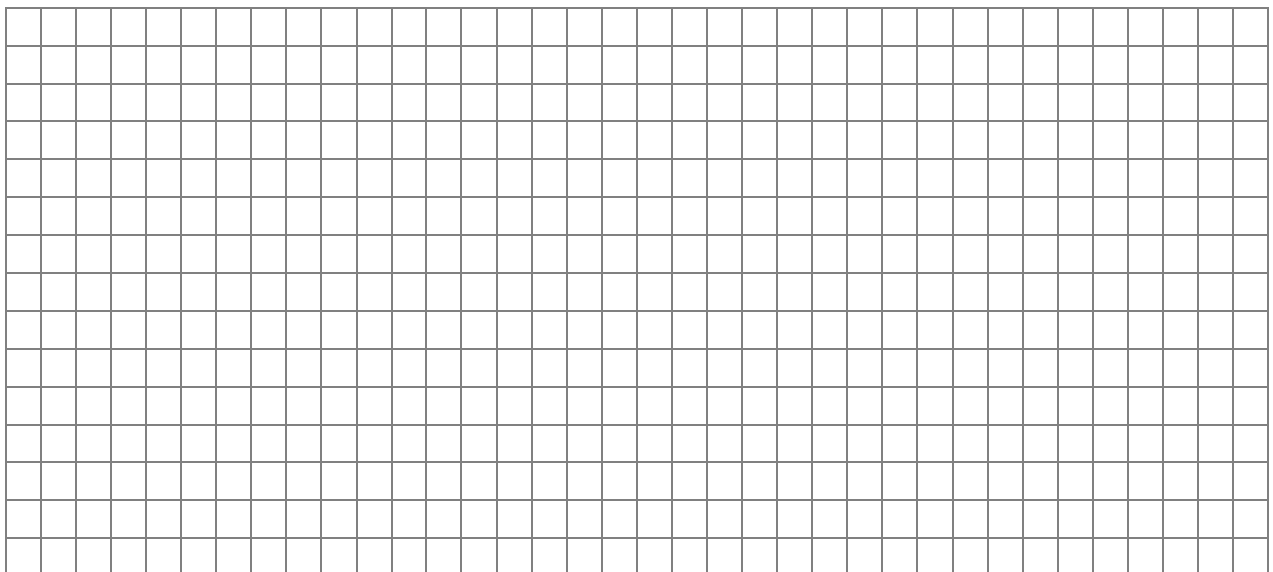


**5p** 3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .

**(2p) a)** Arată că  $2023 \cdot f(-2) = 0$ .

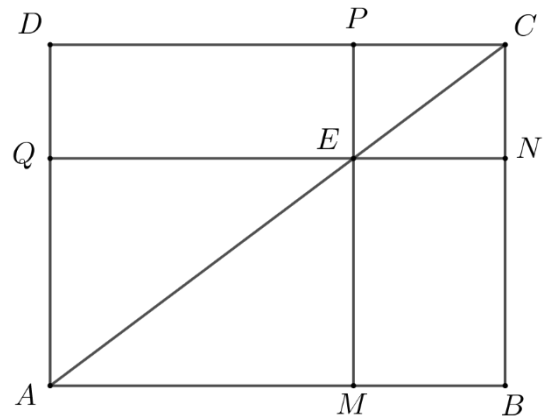
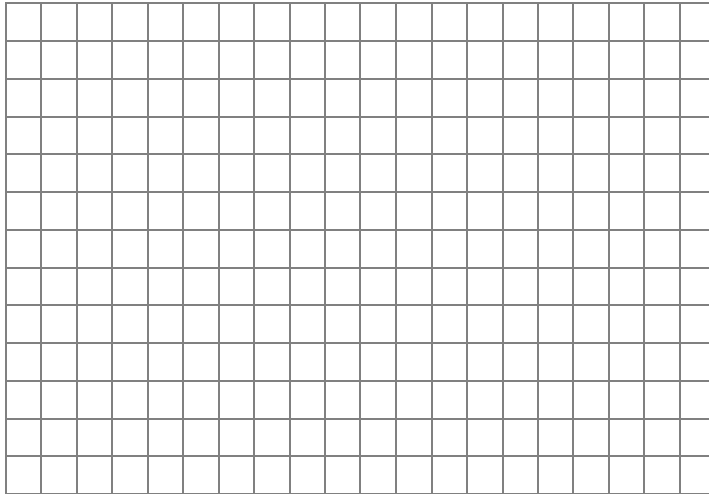


**(3p) b)** Punctele  $A$  și  $B$  sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ , ale sistemului de axe ortogonale  $xOy$ , iar punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ . Arată că punctele  $N$ ,  $O$  și  $M$  sunt coliniare, unde  $N(3, -3)$ .

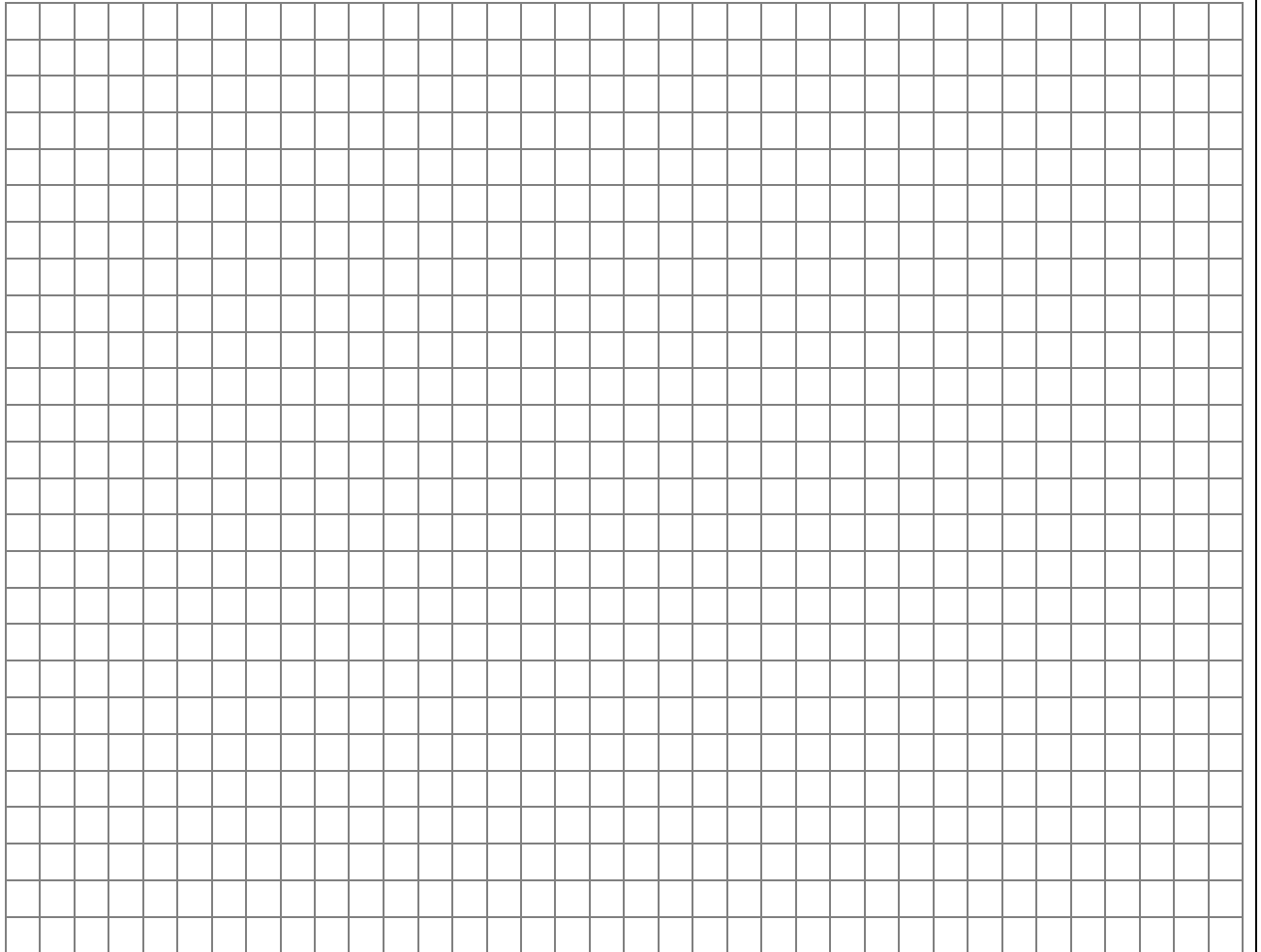


- 5p** 4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 12\text{cm}$  și  $BC = 9\text{cm}$ . Punctul  $E$  aparține segmentului  $AC$ , astfel încât  $AE = 10\text{cm}$ . Prin  $E$  se duc dreptele  $QN$  și  $PM$  paralele cu dreptele  $AB$ , respectiv  $BC$ . Punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $Q$  aparțin segmentelor  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  și respectiv  $AD$ .

**(2p) a)** Arată că  $AC = 15\text{cm}$ .

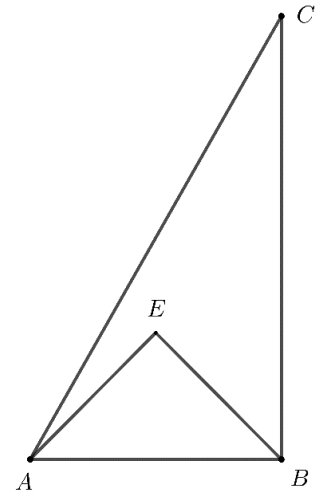
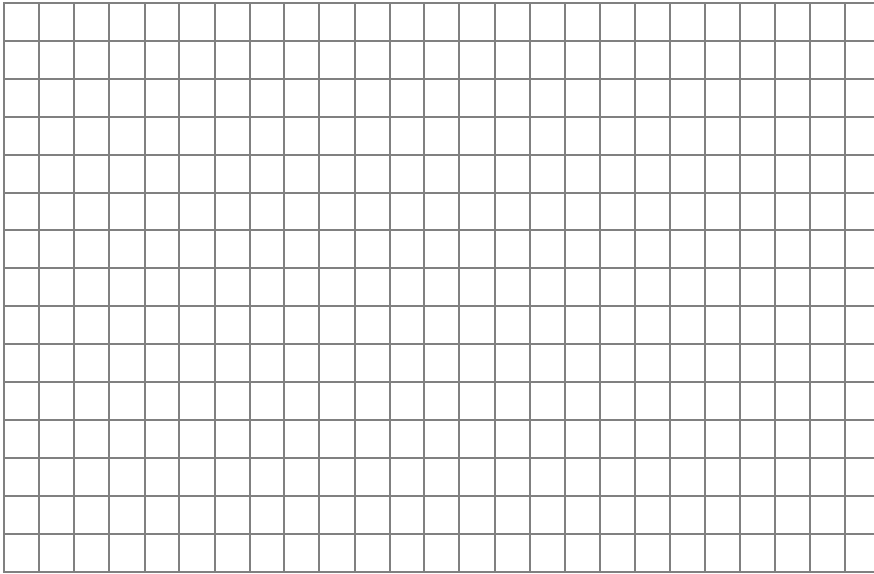


**(3p) b)** Arată că aria patrulaterului  $AMEQ$  este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului  $CNEP$ .

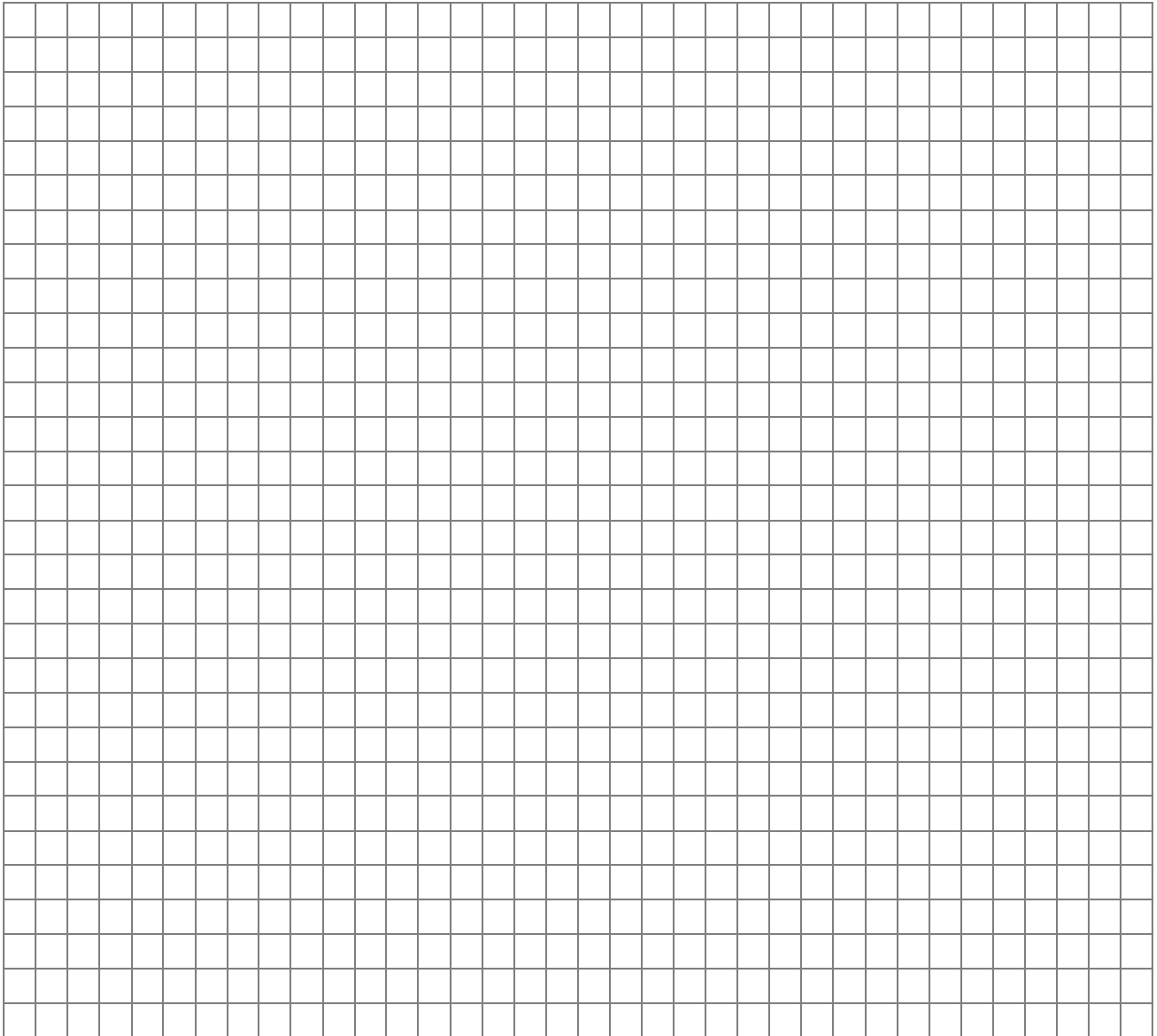


**5p** 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $B$ , cu  $AB = 2\sqrt{2}$  cm,  $BC = 2\sqrt{6}$  cm și triunghiul dreptunghic isoscel  $AEB$  cu  $AE = EB$ . Punctele  $E$  și  $C$  sunt de aceeași parte a dreptei  $AB$ .

**(2p) a)** Arată că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu  $2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$  cm.



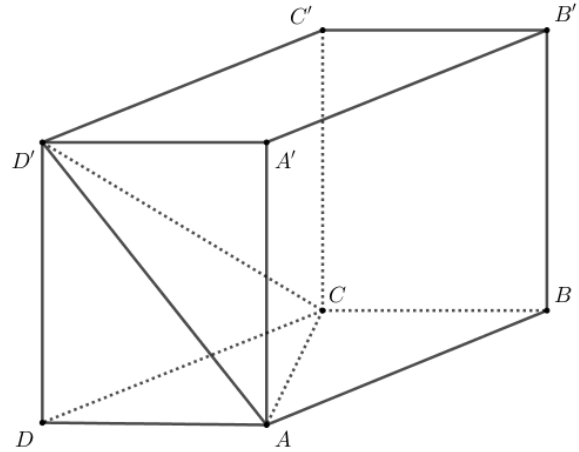
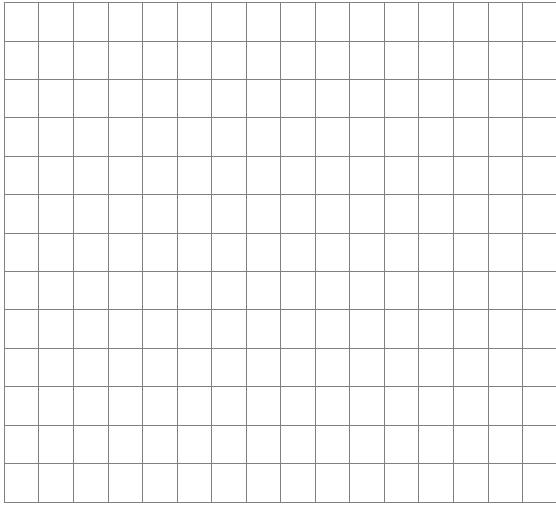
**(3p) b)** Calculează distanța de la punctul  $E$  la dreapta  $AC$ .



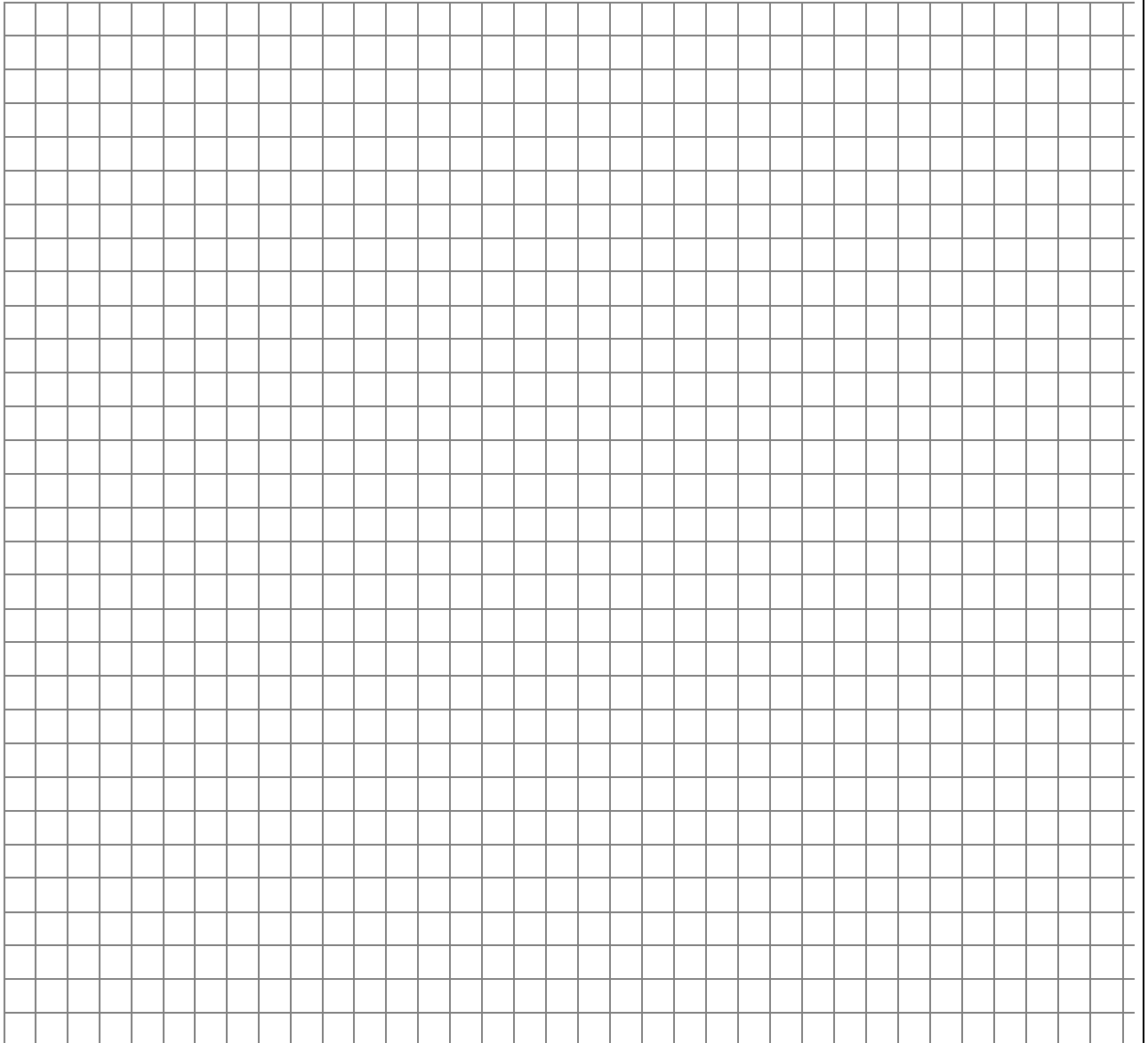


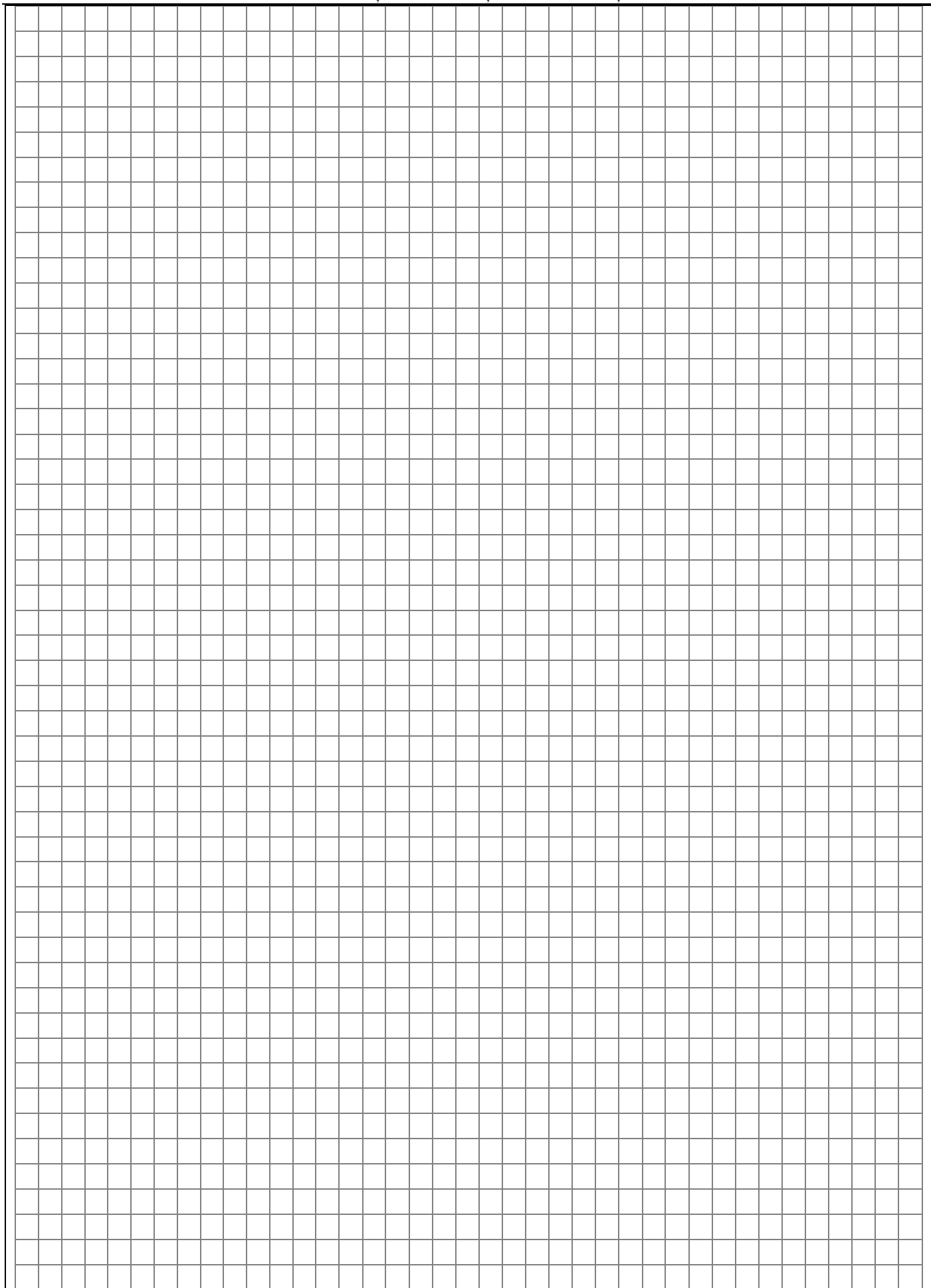
**5p** 6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = AA' = 4\text{ cm}$  și  $BC = 2\text{ cm}$ .

**(2p) a)** Arată că aria totală a paralelipipedului dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  este egală cu  $64\text{ cm}^2$ .



**(3p) b)** Arată că dreapta  $NP$  este paralelă cu planul  $(ACD')$ , unde punctul  $N$  este proiecția punctului  $C'$  pe dreapta  $B'D'$  și punctul  $P$  este proiecția punctului  $C'$  pe dreapta  $CB'$ .





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2023 - 2024**  
**Matematică**

Model

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a)	$\frac{30}{100}\left(x - \frac{20}{100} \cdot x\right) = \frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde $x$ reprezintă întreaga sumă de bani	1p
		$\frac{24x}{100} < \frac{25x}{100} = \frac{1}{4} \cdot x$ , de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	1p
	b)	$\frac{x}{5} + \frac{6x}{25} + \left(\frac{6x}{25} + 20\right) + 44 = x$ $\frac{17x}{25} + 64 = x$ $x = 200$ de lei	1p 1p 1p
2.	a)	$\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{x}{3(x+3)} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x(x+3)} =$ $= \frac{x^2 - 6x + 9}{3x(x+3)} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$ , pentru orice număr real $x$ , $x \neq -3$ și $x \neq 0$	1p 1p

	<p>b) <math>\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 = \frac{x^2 + 9 - 6x}{3x} = \frac{(x-3)^2}{3x}</math></p> <p><math>E(x) = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)} \cdot \frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x+3}</math>, pentru orice număr real <math>x</math>, <math>x \neq -3</math>, <math>x \neq 0</math>, <math>x \neq 3</math></p> <p><math>5 \cdot E(n) = \frac{5}{n+3}</math> este număr natural, deci <math>n+3=1</math> sau <math>n+3=5</math> și, cum <math>n</math> este număr natural, obținem <math>n=2</math></p>	1p
		1p
3.	<p>a) <math>f(-2) = 0</math> <math>2023 \cdot f(-2) = 2023 \cdot 0 = 0</math></p> <p>b) <math>A(-2,0)</math> și <math>B(0,2)</math> sunt punctele de intersecție a graficului funcției <math>f</math> cu axele <math>Ox</math>, respectiv <math>Oy</math> În triunghiul dreptunghic isoscel <math>AOB</math>, <math>OM</math> mediană, deci <math>OM</math> bisectoare <math>\Rightarrow \sphericalangle MOB = 45^\circ</math> <math>NP \perp Ox</math>, <math>P \in Ox \Rightarrow P(3,0)</math>, iar <math>\sphericalangle MON = \sphericalangle MOB + \sphericalangle BOP + \sphericalangle PON = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ</math>, de unde rezultă că punctele <math>N</math>, <math>O</math> și <math>M</math> sunt coliniare</p>	1p 1p 1p 1p
4.	<p>a) În triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, <math>AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15</math> cm</p> <p>b) <math>QN \parallel AB \parallel CD</math>, <math>PM \parallel BC \parallel AD</math> și <math>\sphericalangle QAM = \sphericalangle PCN = 90^\circ</math>, deci <math>AMEQ</math> și <math>CNEP</math> sunt dreptunghiuri</p> <p><math>PC \parallel AM \Rightarrow \triangle PEC \sim \triangle MEA \Rightarrow \frac{PE}{ME} = \frac{PC}{AM} = \frac{EC}{EA} = \frac{1}{2}</math> <math>ME = 2 \cdot PE</math>, <math>AM = 2 \cdot PC \Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ} = AM \cdot ME = 4 \cdot PC \cdot PE = 4 \cdot \mathcal{A}_{CNEP}</math></p>	1p 1p 1p 1p
5.	<p>a) În triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, <math>AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2}</math> cm <math>P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})</math> cm</p> <p>b) <math>EM</math> mediană în triunghiul dreptunghic isoscel <math>AEB \Rightarrow EM = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}</math> cm, <math>BE</math> bisectoarea <math>\sphericalangle ABC</math>, <math>EM \perp AB</math>, <math>M \in AB</math> și <math>EN \perp BC</math>, <math>N \in BC</math>, de unde obținem <math>EM = EN = \sqrt{2}</math> cm</p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \mathcal{A}_{\triangle ABC} - \mathcal{A}_{\triangle AEB} - \mathcal{A}_{\triangle BEC} = \frac{AB \cdot BC}{2} - \frac{AB \cdot EM}{2} - \frac{BC \cdot EN}{2} = 2(\sqrt{3} - 1)</math> cm<sup>2</sup></p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \frac{AC \cdot EP}{2}</math>, unde <math>EP \perp AC</math>, <math>P \in AC</math>, de unde <math>EP = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}</math> cm</p>	1p 1p 1p 1p
6.	<p>a) <math>\mathcal{A}_t = 2 \cdot (AB \cdot AA' + BC \cdot AA' + AB \cdot BC) = 2 \cdot (16 + 8 + 8) = 2 \cdot 32 = 64</math> cm<sup>2</sup></p> <p>b) <math>\triangle B'C'D' \equiv \triangle B'C'C \Rightarrow B'D' = B'C</math> În triunghiul <math>B'C'D'</math> dreptunghic, <math>B'N = \frac{B'C'^2}{B'D'}</math> și în triunghiul <math>B'C'C</math> dreptunghic, <math>B'P = \frac{B'C'^2}{B'C}</math>, de unde <math>B'N = B'P</math> În triunghiul <math>B'D'C</math>, <math>\frac{B'N}{B'D'} = \frac{B'P}{B'C} \Rightarrow NP \parallel D'C</math>, <math>D'C \subset (ACD') \Rightarrow NP \parallel (ACD')</math></p>	1p 1p 1p 1p