EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2020 - 2021

Matematică

Testul 7

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Câtul împărțirii numărului 62 la 12 este numărul: **a)** 2 **b)** 5 **c)** 12 **d)** 62
5p	**2.** Dacă $3a = 2b$ și $b \neq 0$, atunci $\frac{a}{b}$ este egal cu: **a)** $\frac{3}{1}$ **b)** $\frac{2}{1}$ **c)** $\frac{3}{2}$ **d)** $\frac{2}{3}$
5p	**3.** Numărul a este un element din mulțimea $\{-8,-5,0,1\}$. Cea mai mică valoare pe care o poate avea expresia $\lvert a+3 \rvert$ este egală cu: **a)** 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5
5p	**4.** Diferența dintre numerele $\frac{3}{2}$ și $0,25$, în această ordine, este egală cu: **a)** -1 **b)** 1 **c)** $\frac{5}{4}$ **d)** $\frac{7}{4}$
5p	**5.** Scrisă sub formă de interval, mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \lvert x \rvert \leq 2\}$ este egală cu: **a)** $[2,+\infty)$ **b)** $(-\infty,2]$ **c)** $(-\infty,-2]$ **d)** $[-2,2]$
5p	**6.** Andra, Sorin, Teo și Bogdan aleg câte un număr real, alegerile fiind evidențiate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Andra</td><td>Sorin</td><td>Teo</td><td>Bogdan</td></tr><tr><td>$\sqrt{7}$</td><td>$\sqrt{5}$</td><td>$\sqrt{8}$</td><td>$\sqrt{3}$</td></tr></table>Toți cei care au ales număr mai mare decât 2 sunt: **a)** Andra, Sorin și Teo **b)** Sorin, Teo și Bogdan **c)** Andra, Sorin și Bogdan **d)** Andra, Teo și Bogdan

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

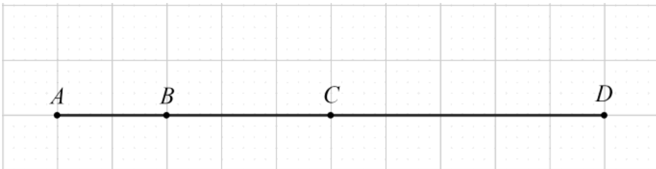
5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare, distincte, A, B, C și D, în această ordine. Punctul D este simetricul punctului A față de punctul C, $AB = 2\text{cm}$ și $BC = 3\text{cm}$. Lungimea segmentului AD este egală cu:

a) 4cm

b) 5cm

c) 8cm

d) 10cm



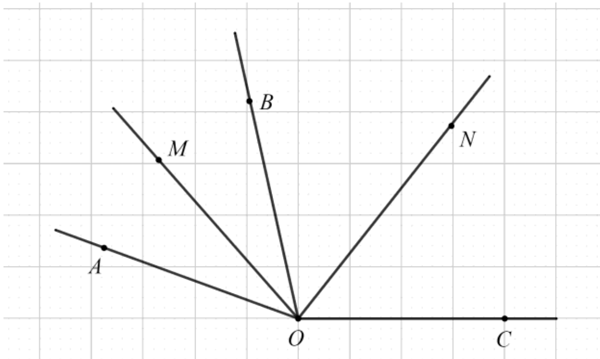
5p **2.** În figura alăturată semidreptele OM și ON sunt bisectoarele unghiurilor adiacente AOB, respectiv BOC, iar suma măsurilor unghiurilor AOB și BOC este egală cu $160°$. Măsura unghiului MON este egală cu:

a) $40°$

b) $80°$

c) $90°$

d) $100°$



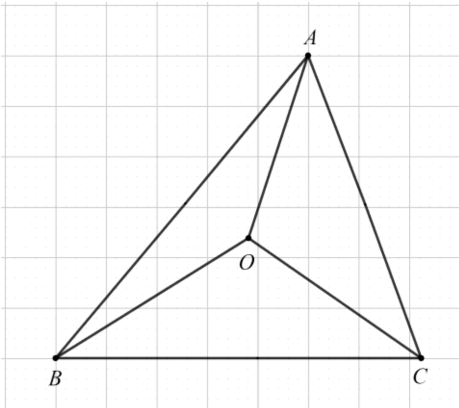
5p **3.** În figura alăturată punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, măsura unghiului AOB este de $140°$ și măsura unghiului BOC este de $120°$. Măsura unghiului ABC este:

a) $50°$

b) $60°$

c) $70°$

d) $80°$



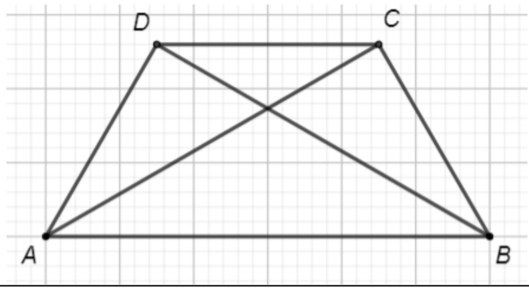
5p **4.** Trapezul isoscel $ABCD$ din figura alăturată reprezintă schița unui parc, $AB \parallel CD$, $AB = 2{,}5\text{km}$, $BD = 2\text{km}$ și $BC = 1{,}5\text{km}$. Segmentele AD, BC, AC, BD și AB reprezintă piste pentru biciclete. Tudor pornește din punctul A și parcurge, o singură dată, traseul format din segmentele AB, BC și CA, ajungând, la final, tot în punctul A. Lungimea traseului parcurs de Tudor este egală cu:

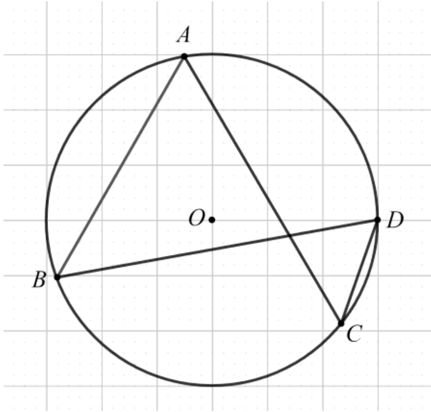
a) 4km

b) $5{,}5\text{km}$

c) 6km

d) $6{,}5\text{km}$



5p	**5.** În figura alăturată punctele distincte A, B, C și D aparțin cercului de centru O, astfel încât punctele A și D sunt de aceeași parte a dreptei BC. Unghiul BAC are măsura de $60°$. Măsura unghiului BDC este de: **a)** $30°$ **b)** $60°$ **c)** $90°$ **d)** $120°$ 
5p	**6.** Un acvariu este plin cu apă. În acvariu se scufundă complet 8 cuburi de piatră cu muchia de $0,5\,\text{dm}$. Din acvariu se varsă o cantitate de apă egală cu: **a)** $0,5$ litri **b)** 1 litru **c)** $1,25$ litri **d)** 8 litri

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numerele reale a, b și c astfel încât suma lor este egală cu 1, iar media aritmetică a numerelor b și c este egală cu $0,25$. **(2p) a)** Arată că numărul a este egal cu suma dintre b și c. **(3p) b)** Știind, în plus, că media geometrică a lui a și $5b$ este 1, determină suma pătratelor numerelor a, b și c, exprimând rezultatul sub formă de fracție zecimală.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)^2-x\left(\frac{x}{2}-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)x$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(0)=2$.

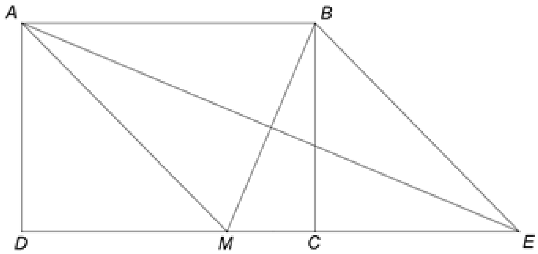
(3p) b) Arată că numărul $N=E(n)+2\cdot E(2n)+1485$ este divizibil cu 7, pentru orice număr întreg n.

5p **3.** Se consideră numerele $x=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{2}$ și $y=16^2:\left(2^2\right)^3:2$.

(2p) a) Arată că $x=1$.

(3p) b) Arată că $(x-y)^{2022}+(x-y)^{2021}=0$.

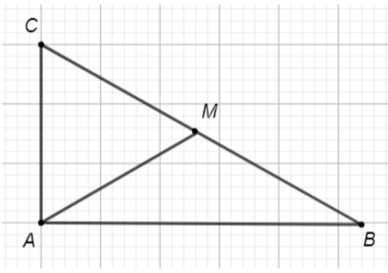
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=14\text{cm}$ şi $AD=10\text{cm}$. Punctul M este situat pe latura CD astfel încât $AM=AB$. Bisectoarea unghiului BAM intersectează dreapta CD în punctul E.



(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 140cm^2.

(3p) b) Demonstrează că patrulaterul $AMEB$ este romb.

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC dreptunghic în A. Punctul M este mijlocul ipotenuzei BC, $AM = 6\text{cm}$ și $\cos C = \frac{1}{2}$.



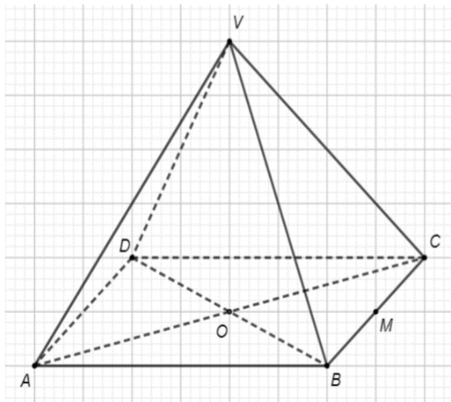
(2p) a) Determină măsura unghiului ABC.

3p) b) Arată că suma distanțelor de la vârfurile triunghiului ABC la laturile opuse acestora este mai mare decât 21.

5p

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, $AB = VA = 6\text{cm}$. Punctul M este mijlocul muchiei BC.

(2p) a) Arată că apotema piramidei $VABCD$ are lungimea de $3\sqrt{3}\text{cm}$.



(3p) b) Calculează distanța de la punctul M la planul (VAB).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A
Anul şcolar 2020-2021

Probă scrisă
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 7

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**d)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Cum $a+b+c=1$ și $b+c=0,5 \Rightarrow a=0,5$, deci $a=b+c$	**2p**
	b) Cum $\sqrt{5ab}=1$, rezultă $ab=0,2$, deci $b=0,4$ și cum $b+c=0,5$ rezultă că $c=0,1$	**2p**
	$a^2+b^2+c^2=(0,5)^2+(0,4)^2+(0,1)^2=0,42$	**1p**
2.	**a)** $E(0)=\left(\frac{0}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)^2-0\cdot\left(\frac{0}{2}-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)\cdot 0$	**1p**
	$E(0)=\left(-\sqrt{2}\right)^2=2$	**1p**
	b) $E(x)=\left(\frac{x-2}{\sqrt{2}}\right)^2-\frac{x^2}{2}+x\sqrt{2}-x\sqrt{2}+2x=\frac{x^2-4x+4}{2}-\frac{x^2}{2}+2x=2$	**2p**
	$N=E(n)+2\cdot E(2n)+1485=1491$ și, cum $1491=7\cdot 213$, rezultă că N este divizibil cu 7, oricare ar fi numărul întreg n	**1p**

3.	**a)** $x=\frac{3+2-1}{6}\cdot\frac{3}{2}=$	**1p**
	$=\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{2}=1$	**1p**
	b) $y=\left(2^4\right)^2:2^6:2=2^8:2^6:2=2$, deci $x-y=-1$	**2p**
	$(x-y)^{2022}+(x-y)^{2021}=(-1)^{2022}+(-1)^{2021}=1-1=0$	**1p**
4.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot BC=$	**1p**
	$=14\cdot10=140\text{ cm}^2$	**1p**
	b) $ME\parallel AB\Rightarrow\sphericalangle MEA\equiv\sphericalangle BAE$ și, cum $\sphericalangle BAE\equiv\sphericalangle MAE$, obținem $\sphericalangle MEA\equiv\sphericalangle MAE$, deci ΔMEA este isoscel	**2p**
	$ME=AM$, $AM=AB$ și, cum $ME\parallel AB$, obținem că $AMEB$ romb	**1p**
5.	**a)** $\cos C=\frac{1}{2}\Rightarrow\sphericalangle C=60^\circ$	**1p**
	Triunghiul ABC este dreptunghic în A, deci $\sphericalangle ABC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$	**1p**
	b) $CA=6\text{cm}$, $BA=6\sqrt{3}\text{cm}$ și $AD=\frac{AB\cdot AC}{BC}=3\sqrt{3}\text{cm}$ sunt lungimile înălțimilor triunghiului dreptunghic dat, deci distanțele cerute	**2p**
	$CA+BA+AD=6+9\sqrt{3}=6+\sqrt{243}>6+\sqrt{225}=6+15=21\text{cm}$, deci suma distanțelor de la vârfurile triunghiului la laturile opuse este mai mare decât 21cm	**1p**
6.	**a)** VM mediană în triunghiul VBC echilateral, deci VM înălțime	**1p**
	$VM=\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\text{cm}$, deci apotema piramidei are lungimea de $3\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	b) $OM\parallel AB,\ AB\subset(VAB)\Rightarrow OM\parallel(VAB)\Rightarrow d\left(M,(VAB)\right)=d\left(O,(VAB)\right)$	**1p**
	$OE\perp AB,\ E\in AB,\ VE\perp AB$ și cum $VE,OE\subset(VOE)\Rightarrow AB\perp(VOE)$ $OQ\perp VE,\ Q\in VE,\ OQ\perp AB$ și cum $AB,VE\subset(VAB)\Rightarrow OQ\perp(VAB)\Rightarrow d\left(O,(VAB)\right)=OQ$	**1p**
	ΔVOE este dreptunghic în O, $VO=3\sqrt{2}\text{cm}$, $VE=3\sqrt{3}\text{cm}$ și $OQ=\frac{VO\cdot OE}{VE}\Rightarrow OQ=\sqrt{6}\text{cm}$, deci $d\left(O,(VAB)\right)=\sqrt{6}\text{cm}$	**1p**