Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:…………………………………………...
……………………………………………………………
Inițiala prenumelui tatălui: ………………...........
Prenumele:………………………………….............
……………………………………...…………………
Școala de proveniență: ………...........................
……………………………………………………………
Centrul de examen: ....
Localitatea: ……………………………………..........
Județul: ………………………………………..........

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $6-18:2$ este egal cu: **a)** -6 **b)** -3 **c)** 0 **d)** 12
5p	**2.** Dacă $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$, atunci rezultatul calculului $2b-3a$ este egal cu: **a)** -5 **b)** -1 **c)** 0 **d)** 5
5p	**3.** Soluția ecuației $x+6=2$ este numărul întreg: **a)** -8 **b)** -4 **c)** 4 **d)** 8
5p	**4.** Dintre numerele $\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ și $\left(\frac{1}{2}\right)^5$, cel mai mic este numărul: **a)** $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ **b)** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ **c)** $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ **d)** $\left(\frac{1}{2}\right)^5$

5p **5.** Patru elevi, Elena, Alina, Paul și Adi, au calculat media aritmetică a numerelor $a = 3 - 2\sqrt{2}$ și $b = 3 + 2\sqrt{2}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Elena	Alina	Paul	Adi
14	6	3	1

Conform informațiilor din tabel, rezultatul corect a fost obținut de:

a) Elena
b) Alina
c) Paul
d) Adi

5p **6.** Numărul real x verifică relațiile $2 \le x < 5$. Ioana afirmă „ Numărul real x aparține intervalului $[2,5)$ ”. Afirmația Ioanei este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

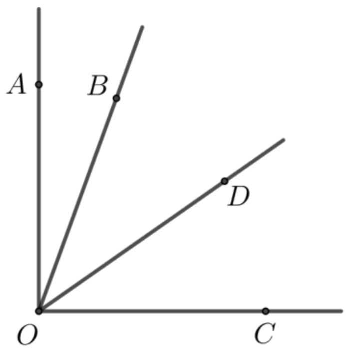
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată, A și B sunt puncte distincte, punctul C se află pe segmentul AB, astfel încât $AB = 3 \cdot AC$, iar $AC = 2\,\text{cm}$. Lungimea segmentului BC este egală cu:

a) $2\,\text{cm}$
b) $4\,\text{cm}$
c) $6\,\text{cm}$
d) $8\,\text{cm}$

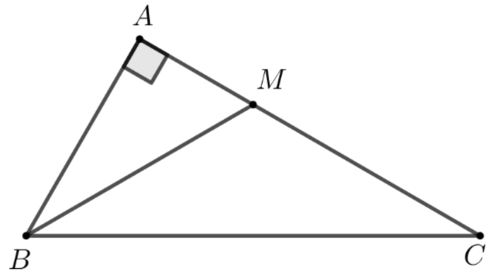
5p **2.** În figura alăturată, unghiurile AOB și BOC sunt adiacente complementare. Semidreapta OD este bisectoarea unghiului BOC, iar măsura unghiului AOD este de $55°$. Măsura unghiului AOB este egală cu:

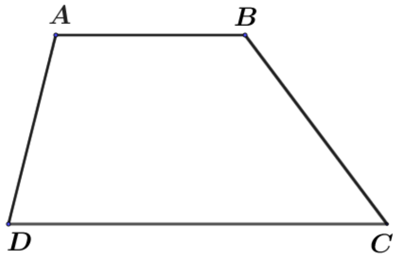
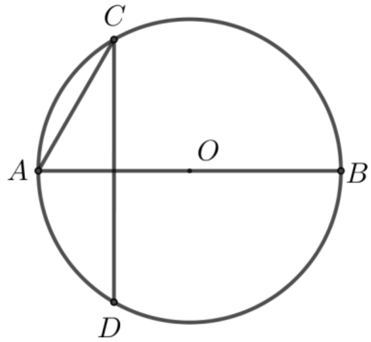
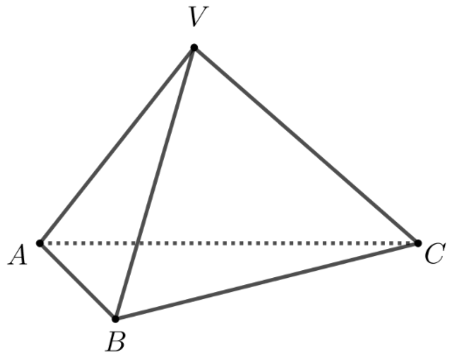
a) $55°$
b) $35°$
c) $20°$
d) $15°$



5p **3.** În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic în A cu $AB = 4\,\text{cm}$. Semidreapta BM este bisectoarea unghiului ABC, $M \in AC$ și $BM = MC$. Lungimea segmentului BC este egală cu:

a) 2 cm
b) 4 cm
c) 8 cm
d) 12 cm



5p	**4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 4\text{cm}$ și $CD = 8\text{cm}$. Lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu: **a)** 4cm **b)** 6cm **c)** 8cm **d)** 12cm 
5p	**5.** În figura alăturată, punctele A, B, C și D se află pe cercul de centru O, AB este diametru, măsura arcului mic AC este egală cu 60° și dreptele CD și AB sunt perpendiculare. Măsura unghiului ACD este egală cu: **a)** 30° **b)** 45° **c)** 60° **d)** 90° 
5p	**6.** În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $VABC$ cu $AB = 4\text{cm}$. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului regulat $VABC$ este egală cu: **a)** 12cm **b)** 16cm **c)** 20cm **d)** 24cm 

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Suma a două numere naturale a și b este egală cu 42. Cel mai mare divizor comun al numerelor a și b este 7. **(2p) a)** Numerele 14 și 28 îndeplinesc condițiile din enunț? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numerele naturale a și b, $a < b$, care îndeplinesc condițiile din enunț.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 - (2x+3)(2x-3) + (2x-3)^2$, unde x este număr real.

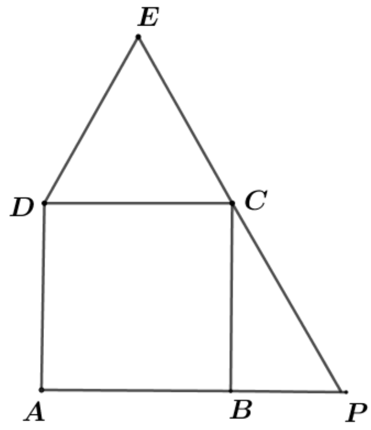
(2p) a) Arată că $E(x) = 4x^2 - 8x + 19$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Determină cel mai mare număr natural A, știind că $E(x) \geq A$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Prețul unui obiect este 500 de lei. După o ieftinire cu 12% din prețul obiectului, urmată de o ieftinire cu $p\%$ din noul preț, obiectul costă 330 de lei.

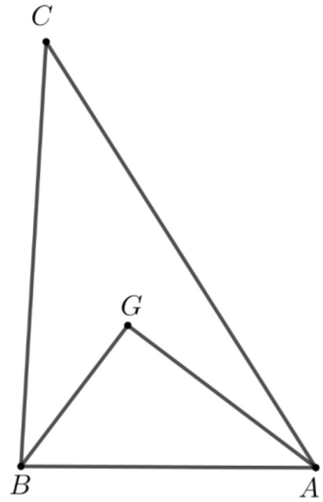
(2p) a) Arată că, după prima ieftinire, obiectul costă 440 de lei.

(3p) b) Determină numărul p.

5p	**4.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ și triunghiul echilateral CDE cu $EC = 6\text{cm}$. Dreptele EC și AB se intersectează în punctul P. **(2p) a)** Arată că $CP = 4\sqrt{3}\text{cm}$.  **(3p) b)** Arată că distanța de la punctul P la dreapta AE este egală cu $\sqrt{2}\left(3+2\sqrt{3}\right)\text{cm}$.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC. Punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC, $AG = 4\text{cm}$, $BG = 3\text{cm}$ și dreptele AG și BG sunt perpendiculare.

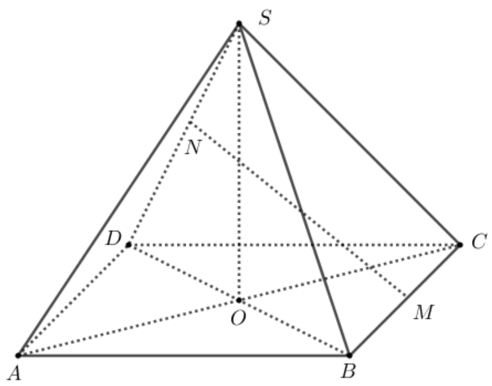
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABG este egal cu 12cm.



3p) b) Determină lungimea segmentului BC.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $SABCD$ cu baza pătratul $ABCD$, $\sphericalangle SAC = 45°$ și $AB = 12$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv SD, iar O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

(2p) a) Arată că $SC = 12$ cm.



(3p) b) Calculează lungimea segmentului MN.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2021 - 2022
Matematică

Simulare

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Dacă $a=14$ și $b=28$, atunci $c.m.m.d.c\{14,28\}=14$	**1p**
	Dar, $c.m.m.d.c\{a,b\}=7\neq 14$, obținem că nu este posibil ca numerele să fie 14 și 28	**1p**
	b) $c.m.m.d.c\{a,b\}=7$, deci $a=7k$, $b=7p$, unde k și p sunt numere naturale, $(k,p)=1$, $k<p$,	**1p**
	$7k+7p=42\Rightarrow k+p=6$, deci $k=1$ și $p=5$	**1p**
	$a=7$ și $b=35$	**1p**
2.	**a)** $E(x)=4x^2+4x+1-(4x^2-9)+4x^2-12x+9=$	**1p**
	$=4x^2+4x+1-4x^2+9+4x^2-12x+9=4x^2-8x+19$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $E(x)=(2x-2)^2+15$, pentru orice număr real x	**1p**
	$(2x-2)^2+15\geq 15$, deci $E(x)\geq 15$, pentru orice număr real x	**1p**
	Cum A este cel mai mare număr natural pentru care $E(x)\geq A$, oricare ar fi numărul real x $\Rightarrow A=15$	**1p**

3.	**a)** $\frac{12}{100}\cdot 500=60$	**1p**
	$500-60=440$ de lei este prețul obiectului după ieftinirea cu 12%	**1p**
	b) $440-\frac{p}{100}\cdot 440=330$	**1p**
	$\frac{p}{100}\cdot 440=110$	**1p**
	$p=25$	**1p**
4.	**a)** $CD \parallel AP$ și EP secantă, obținem că $\sphericalangle DCE=\sphericalangle BPC=60^{\circ}$, deci $\sphericalangle BCP=30^{\circ}\Rightarrow CP=2\cdot BP$	**1p**
	În triunghiul BCP dreptunghic în B, $CP^2=BP^2+BC^2\Rightarrow BP=2\sqrt{3}$ cm, deci $CP=4\sqrt{3}\,\text{cm}$	**1p**
	b) $\sphericalangle ADE=150^{\circ}$, $AD=DE$, deci triunghiul ADE este isoscel și $\sphericalangle AED=15^{\circ}\Rightarrow\sphericalangle AEP=45^{\circ}$	**1p**
	$EP=6+4\sqrt{3}\,\text{cm}$	**1p**
	$PQ\perp AE$, $Q\in AE$, în triunghiul dreptunghic PQE, $\sin(\sphericalangle QEP)=\frac{PQ}{EP}\Rightarrow$ $PQ=\sqrt{2}\left(3+2\sqrt{3}\right)\text{cm}$, deci $d(P,AE)=\sqrt{2}\left(3+2\sqrt{3}\right)\text{cm}$	**1p**
5.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABG, $AB^2=AG^2+BG^2\Rightarrow AB=5\,\text{cm}$	**1p**
	$P_{\Delta ABG}=3+4+5=12\,\text{cm}$	**1p**
	b) Pentru $AG\cap BC=\{P\}\Rightarrow AP$ mediană în triunghiul ABC	**1p**
	$GP=\frac{AG}{2}\Rightarrow GP=2\,\text{cm}$	**1p**
	În triunghiul dreptunghic PGB, $BP^2=BG^2+PG^2\Rightarrow BP=\sqrt{13}\,\text{cm}$, de unde $BC=2\sqrt{13}\,\text{cm}$	**1p**
6.	**a)** AC diagonală în pătratul $ABCD$, deci $AC=12\sqrt{2}\,\text{cm}$	**1p**
	$\sphericalangle SAC=\sphericalangle SCA=45^{\circ}\Rightarrow SAC$ este triunghi dreptunghic isoscel $\Rightarrow SA^2+SC^2=AC^2\Rightarrow$ $SC=12\,\text{cm}$	**1p**
	b) NP este linie mijlocie în triunghiul SAD, unde P este mijlocul segmentului SA, deci $NP\parallel AD$ și $NP=\frac{AD}{2}$	**1p**
	$NP\parallel MB$ și $NP=MB\Rightarrow BMNP$ este paralelogram, deci $MN=BP$	**1p**
	BP este înălțime în triunghiul echilateral SAB, deci $BP=6\sqrt{3}\,\text{cm}$, de unde $MN=6\sqrt{3}\,\text{cm}$	**1p**