Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:……………………………………………..
……………………………………………………………
Inițiala prenumelui tatălui: …………….............
Prenumele:……………………………….............
……………………………………………………………
Școala de proveniență: ………........................
……………………………………………………………
Centrul de examen: ....
Localitatea: ……………………………….........
Județul: …………………………………….........

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2021 – 2022

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

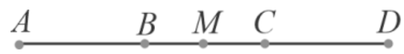
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 2 și 5 este egal cu: **a)** 2 **b)** 7 **c)** 10 **d)** 20
5p	**2.** Valoarea numărului x din proporția $\frac{x}{15}=\frac{4}{5}$ este egală cu: **a)** 4 **b)** 12 **c)** 15 **d)** 60
5p	**3.** Duminică, temperatura măsurată la ora 10, la o stație meteo de pe vârful Omu, a fost de $-17°C$, în timp ce temperatura măsurată la aceeași oră în Baia Mare a fost de $4°C$. Temperatura înregistrată duminică la ora 10 în Baia Mare este mai mare decât temperatura înregistrată în același timp pe vârful Omu cu: **a)** $-21°C$ **b)** $-13°C$ **c)** $13°C$ **d)** $21°C$

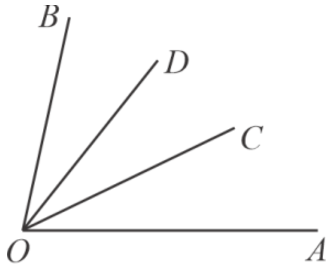
5p	**4.** Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine descrescătoare este: **a)** $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{13}{24}, \frac{2}{3}$ **b)** $\frac{13}{24}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ **c)** $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{13}{24}, \frac{1}{2}$ **d)** $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{13}{24}$
5p	**5.** Patru elevi, Ana, Cristian, George și Lia, au calculat produsul numerelor $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$ și $\sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Ana</td><td>Cristian</td><td>George</td><td>Lia</td></tr><tr><td>80</td><td>40</td><td>$16\sqrt{10}$</td><td>$4\sqrt{10}$</td></tr></table>Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect a fost: **a)** Ana **b)** Cristian **c)** George **d)** Lia
5p	**6.** În tabelul de mai jos este reprezentat numărul de bilete vândute pentru două filme care au rulat la un cinematograf într-o zi de duminică, în funcție de ora începerii. <table><tr><td>Ora începerii filmului</td><td>$11:30$</td><td>$13:30$</td><td>$15:30$</td><td>$17:30$</td><td>$19:30$</td><td>$21:30$</td></tr><tr><td>Numărul biletelor vândute pentru filmul A</td><td>25</td><td>95</td><td>83</td><td>60</td><td>40</td><td>92</td></tr><tr><td>Numărul biletelor vândute pentru filmul B</td><td>16</td><td>47</td><td>91</td><td>42</td><td>30</td><td>86</td></tr></table>Ana afirma că: „Cel mai mare număr de bilete vândute este pentru filmele cu ora de început $21:30$”. Afirmația Anei este: **a)** adevărată **b)** falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** În figura următoare sunt reprezentate punctele coliniare A, B, M, C și D, în această ordine. Punctul M este mijlocul segmentului AD, punctul B este mijlocul segmentului AC, iar segmentele AB și CD sunt congruente. Dacă $BM = 2{,}5$ cm, atunci segmentul AC are lungimea egală cu: **a)** 2,5 cm **b)** 5 cm **c)** 7,5 cm **d)** 10 cm 

5p **2.** În figura următoare, punctele C și D sunt situate în interiorul unghiului AOB, astfel încât semidreapta OC este bisectoarea unghiului AOD, iar fiecare dintre unghiurile AOC și BOD are măsura de $26°$. Măsura unghiului BOC este egală cu:



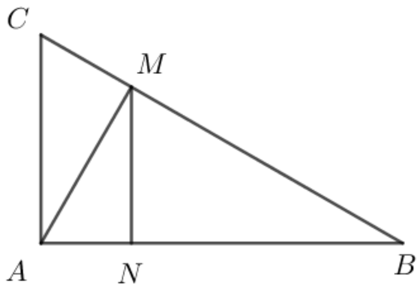
a) $26°$

b) $39°$

c) $52°$

d) $78°$

5p **3.** La cercul de robotică, Radu a creat un roboțel care se poate deplasa parcurgând drumul cel mai scurt de la un punct la o dreaptă. Terenul de verificare, reprezentat în figura următoare, are forma unui triunghi ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 40\,\text{dm}$ și $\sphericalangle B = 30°$. Roboțelul pornește din punctul A către dreapta BC, pe care o întâlnește în punctul M, după care se deplasează spre dreapta AB, pe care o intersectează în punctul N. Lungimea segmentului AN este egală cu:



a) 20 dm

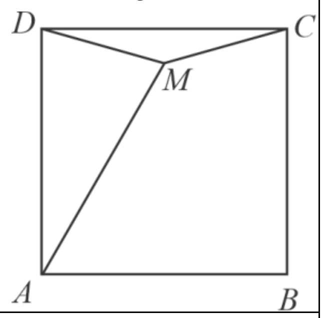
b) 15 dm

c) 10 dm

d) 5 dm

5p **4.** În figura următoare, M este un punct în interiorul pătratului $ABCD$, astfel încât măsura unghiului DAM este egală cu $30°$ și $AM = CD$.

Măsura unghiului ADM este egală cu:



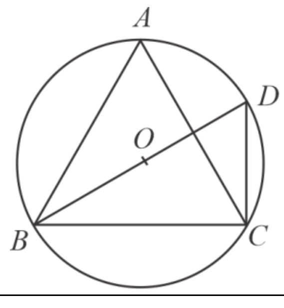
a) $45°$

b) $60°$

c) $75°$

d) $90°$

5p **5.** Punctele A, B, C și D sunt situate pe un cerc de centru O, astfel încât triunghiul ABC este echilateral și BD este diametru. Măsura unghiului ACD este egală cu:



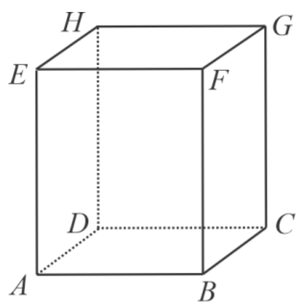
a) $30°$

b) $45°$

c) $60°$

d) $90°$

5p **6.** O cutie plină cu suc de caise are forma unui paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$ cu $AE = 20\,\text{cm}$, $AB = 12\,\text{cm}$ și $AD = 5\,\text{cm}$. Tot sucul din cutie se toarnă în pahare de $200\,\text{ml}$. Numărul paharelor umplute cu sucul de caise din cutie, este egal cu:



a) 5

b) 6

c) 12

d) 20

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** La un magazin s-au vândut într-o zi 500 kg de cireșe și de mere. Suma obținută prin vânzarea acestora este de 4620 de lei. Un kilogram de cireșe costă 15 lei, iar un kilogram de mere costă 7 lei.

(2p) a) Este posibil ca suma obținută din vânzarea cireșelor să fie egală cu suma obținută din vânzarea merelor? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Câte kilograme de mere s-au vândut în ziua aceea la magazin?

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(4x+3)^2+(2x-4)(4x+3)+(x-2)^2$, unde $x\in\mathbb{R}$.

(2p) a) Verifică dacă $E(-3)$ este pătratul unui număr natural.

3p) b) Determină numărul natural n pentru care $\sqrt{E(n)} \leq 3$.

5p

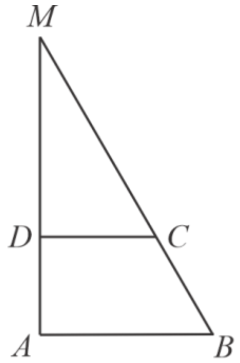
3. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{144}+2\sqrt{18}-\left(\sqrt{3}\right)^2$ și $y=\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{72}+\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2-7$.

(2p) a) Arată că $x=9+6\sqrt{2}$.

(3p) b) Arată că produsul numerelor x și y este număr natural.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 12$ cm, $BC = CD = 8$ cm, iar unghiul A are măsura egală cu $90°$.

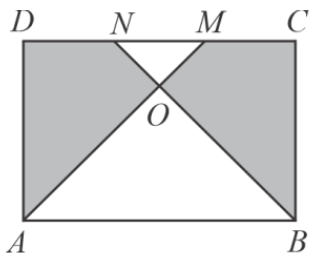
(2p) a) Arată că $AD = 4\sqrt{3}$ cm.



(3p) b) Calculează aria triunghiului ABM, unde $AD \cap BC = \{M\}$.

5p **5.** În figura următoare este reprezentată o placă de gresie de forma unui dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 60$ cm și $BC = 40$ cm. Punctele M și N sunt situate pe segmentul DC astfel încât $DN = MN = MC$, iar O este punctul de intersecție a dreptelor AM și BN.

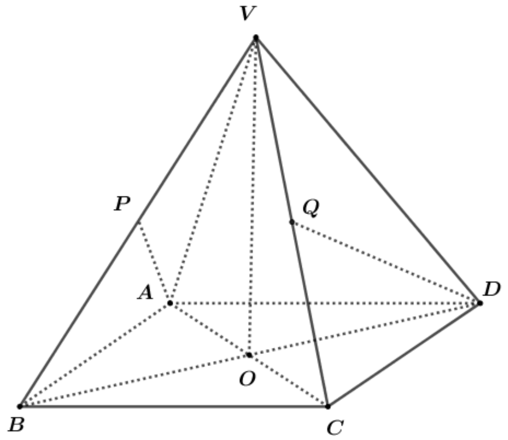
(2p) a) Arată că perimetrul patrulaterului $ABMN$ este egal cu $40\left(2+\sqrt{5}\right)$ cm.



(3p) b) Determină raportul dintre aria dreptunghiului $ABCD$ și suma ariilor patrulaterelor $ADNO$ și $BCMO$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB = 8\text{ cm}$ și înălțimea $VO = 4\sqrt{2}\text{ cm}$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Punctele P și Q sunt mijloacele segmentelor VB, respectiv CV.

(2p) a) Arată că $VB = 8\text{ cm}$.



(3p) b) Demonstrează că dreptele VM și BC sunt perpendiculare, unde $\{M\} = AP \cap DQ$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2021-2022

Probă scrisă
Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Testul 1

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Dacă suma obținută din vânzarea cireșelor ar fi egală cu suma obținută din vânzarea merelor, fiecare dintre aceste sume ar fi de $4620:2=2310$ lei. Cantitatea de cireșe vândute ar fi de $2310:15=154$ kg, iar cea de mere ar fi de $2310:7=330$ kg	**1p**
	Cum $154+330=484\neq 500$, deducem că suma obținută din vânzarea cireșelor nu poate fi egală cu suma obținută din vânzarea merelor	**1p**
	b) Notăm cu x numărul kilogramelor de mere vândute, deci numărul kilogramelor de cireșe vândute este $500-x$	**1p**
	$15(500-x)+7x=4620$	**1p**
	$x=360$	**1p**
2.	**a)** $E(-3)=(-9)^2+(-10)\cdot(-9)+(-5)^2$	**1p**
	$=196=14^2$, deci este pătratul unui număr natural	**1p**

	b) $E(x)=25x^2+10x+1$	**1p**
	$\sqrt{E(n)}=5n+1$	**1p**
	$5n+1\le 3 \Leftrightarrow n\le\frac{2}{5}$ și, cum n este număr natural, rezultă $n=0$	**1p**
3.	**a)** $x=12+6\sqrt{2}-3$	**1p**
	$=9+6\sqrt{2}$	**1p**
	b) $y=8-2\sqrt{15}-6\sqrt{2}+8+2\sqrt{15}-7=9-6\sqrt{2}$	**1p**
	$xy=\left(9+6\sqrt{2}\right)\left(9-6\sqrt{2}\right)=9^2-\left(6\sqrt{2}\right)^2=$	**1p**
	$=81-72=9$, care este număr natural	**1p**
4.	**a)** Construim $CE\perp AB$, unde $E\in AB$ și cum $\sphericalangle A=\sphericalangle D=\sphericalangle E=90^\circ$, rezultă că $AECD$ este dreptunghi, deci $AE=CD=8\text{cm}$, de unde $EB=4\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul CEB este dreptunghic în E, deci $CE=4\sqrt{3}\text{cm}$ și cum $AD=CE$, obținem că $AD=4\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	b) $CD\parallel AB$, deci $\Delta MDC\sim\Delta MAB$, de unde rezultă că $\frac{MD}{MA}=\frac{DC}{AB}$	**1p**
	$MA=12\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABM}=\frac{MA\cdot AB}{2}=72\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**1p**
5.	**a)** $DN=NM=MC=20\text{ cm}$	**1p**
	$AN=20\sqrt{5}\text{cm}$, $BM=20\sqrt{5}\text{cm}$, deci $\mathcal{P}_{ABMN}=40\left(2+\sqrt{5}\right)\text{cm}$	**1p**
	b) $\Delta OMN\sim\Delta OAB\Rightarrow\frac{d(O,MN)}{d(O,AB)}=\frac{MN}{AB}=\frac{1}{3}$	**1p**
	$d(O,MN)+d(O,AB)=40\text{ cm}$, de unde $d(O,MN)=10\text{ cm}$, $d(O,AB)=30\text{ cm}$, deci $\mathcal{A}_{\Delta OMN}=\frac{1}{2}\cdot MN\cdot d(O,MN)=100\text{ cm}^2$ și $\mathcal{A}_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot d(O,AB)=900\text{ cm}^2$	**1p**
	$\mathcal{A}_{ABCD}=AB\cdot BC=2400\text{cm}^2$, deci raportul căutat este $\frac{\mathcal{A}_{ABCD}}{\mathcal{A}_{ABCD}-\left(\mathcal{A}_{\Delta OMN}+\mathcal{A}_{\Delta OAB}\right)}=\frac{12}{7}$	**1p**
6.	**a)** $ABCD$ pătrat, $OB=\frac{BD}{2}=4\sqrt{2}\text{ cm}$	**1p**
	În triunghiul dreptunghic VOB, $VB^2=VO^2+OB^2$, de unde $VB=8\text{cm}$	**1p**
	b) PQ este linie mijlocie în triunghiul $VBC\Rightarrow PQ\parallel BC$ și $PQ=\frac{BC}{2}$, deci $PQ\parallel AD$ și	**1p**
	$PQ=\frac{AD}{2}$, de unde rezultă PQ este linie mijlocie în triunghiul (MAD)	**1p**
	Q este mijlocul segmentelor MD și CV, $VMCD$ este paralelogram, de unde obținem $VM\parallel CD$, deci $\sphericalangle(VM,BC)=\sphericalangle(CD,BC)=90^\circ\Rightarrow VM\perp BC$	**1p**