

Simulare, Bacalaureat, 7 decembrie 2016  
Proba E. c)  
Matematică *M\_mate-info*  
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

**Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**30 puncte**

1.	$z = x + iy \Rightarrow (x + iy)(x - iy) - 3(x + iy) = -1 - 3i$ $x^2 + y^2 - 3x - 3iy = -1 - 3i \Rightarrow y = 1$ $x^2 + y^2 - 3x = -1 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$ $z_1 = 1 + i, z_2 = 2 + i$	1p 1p 2p 1p
2.	$(g \circ f)(1) = 3 \Leftrightarrow g(1 + 2m) = 3$ $1 + 2m - 3m + 1 = -m + 2 \Leftrightarrow m = -1$	2p 3p
3.	$\log_2(x + 1) - \log_2(x - 1) = 1 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right) = 2$ $\frac{x + 1}{x - 1} = 4 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ care verifică ecuația}$	2p 3p
4.	<p>Utilizăm <b>regula produsului</b>:</p> <p>Numărul cazurilor favorabile este egal cu <math>9 \cdot 9 \cdot 8 = 648</math></p> <p>Numărul total de cazuri este <math>9 \cdot 10 \cdot 10 = 900</math></p> $P = \frac{648}{900}$	2p 1p 2p
5.	<p><math>A'(-1, -2)</math> și <math>B'(-2, -1)</math></p> $x + y + 3 = 0$	2p 3p
6.	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \sin x = -\cos x \cdot \sin x$ $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cos x = \sin x \cdot \cos x$ $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \sin x + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cos x = -\cos x \cdot \sin x + \sin x \cdot \cos x = 0$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al II-lea**

**30 puncte**

1.	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} =$	4p
a)	$= \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 3A$	3p

<b>b)</b>	Demonstrarea prin inducție $A^n = 3^{n-1} \cdot A, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Pentru $n=2016$ obținem $A^{2016} = 3^{2016-1} \cdot A = 3^{2015} \cdot A$	5p 3p
<b>2.</b> <b>a)</b>	Pentru $a=9$ și $b=4 \Rightarrow a+b\sqrt{5}=9+4\sqrt{5}$ $a^2-5b^2=81-80=1 \Rightarrow 9+4\sqrt{5} \in M$	3p 4p
<b>b)</b>	$x, y \in M \Rightarrow x=a+b\sqrt{5}, y=c+d\sqrt{5}, a^2-5b^2=1, c^2-5d^2=1$ $x \cdot y = (a+b\sqrt{5})(c+d\sqrt{5}) = (a^2-5b^2)(c^2-5d^2) = 1$ Înmulțirea numerelor reale este asociativă Elementul neutru este 1, deoarece $1=1+0\sqrt{5}$ și $1^2-5 \cdot 0^2=1$ Dacă $x \in M \Rightarrow x=a+b\sqrt{5}, a^2-5b^2=1 \Rightarrow x' = \frac{1}{a+b\sqrt{5}} = a-b\sqrt{5} \in M$ Înmulțirea numerelor reale este comutativă	1p 2p 1p 1p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**30 puncte**

<b>1.</b> <b>a)</b>	$f'(x) = \frac{(2-\ln x)\ln x}{x^2}, f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = e^2, x_2 = 1$	2p																		
	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td><math>e^2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td>0</td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td>0</td> </tr> </table>	$x$	0	1	$e^2$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\searrow$	0	3p
$x$	0	1	$e^2$	$+\infty$																
$f'(x)$	-	0	+	0	-															
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\searrow$	0														
	$f$ este strict descrescătoare pe $(0,1]$ și $[e^2, +\infty)$ $f$ este strict crescătoare pe $[1, e^2]$	2p																		
<b>b)</b>	Pentru $x \geq 1, x = e^2$ punct de maxim local, deci $f(x) \leq f(e^2)$ , oricare $x \geq 1$ , adică $\frac{\ln^2 x}{x} \leq \frac{4}{e^2} \Leftrightarrow (e \ln x)^2 \leq 4x \Leftrightarrow e \ln x \leq 2\sqrt{x}$	2p 3p 3p																		
<b>2.</b> <b>a)</b>	$F$ este derivabilă pe $(0, \infty)$ $F'(x) = \left( \frac{x^2}{2} + x - x \ln x \right)' = x+1 - (\ln x + 1) = x - \ln x, x > 0$	2p 5p																		
<b>b)</b>	$\int g(x)dx = \int f(x) \cdot F(x)dx$ $\int f(x) \cdot F(x)dx = \int F'(x) \cdot F(x)dx$ $\int F'(x) \cdot F(x)dx = \frac{1}{2}F^2(x) + c$ și luăm, de exemplu, $c=0$	2p 3p 3p																		