CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂŢILE DE ÎNVĂŢĂMÂNT PREUNIVERSITAR
15 iulie 2015

Probă scrisă
Matematică

Varianta 3

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerinţelor, în limita punctajului maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**a)** $f(1)=\log_a 1+\log_b 1=$	**2p**
	$=0$	**3p**
	b) $\log_b(ab)\cdot\log_a x=(\log_b a+\log_b b)\cdot\log_a x=(\log_b a+1)\cdot\log_a x=$	**2p**
	$=\log_b a\cdot\log_a x+\log_a x=\log_b x+\log_a x=f(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p**
	c) Dacă $(x-1)f(x)\geq 0$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$, atunci $(a-1)f(a)\geq 0$ şi, cum $a\in(0,1)$, obţinem $\log_b(ab)\leq 0$, deci $ab\leq 1$	**2p**
	Dacă $ab\leq 1$, cum $b\in(1,+\infty)$, atunci $\log_b(ab)\leq 0$ şi, cum $\log_a x$ şi $x-1$ au semne opuse pentru orice $x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$, obţinem $(x-1)f(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p**
2.	**a)** $AB\parallel CD\Rightarrow\Delta AOB\sim\Delta COD\Rightarrow\frac{AO}{CO}=\frac{AB}{CD}\Rightarrow\frac{AO}{CO}=3$, deci $\frac{AO}{AC}=\frac{3}{4}$	**3p**
	$OE\parallel CD\Rightarrow\Delta AOE\sim\Delta ACD\Rightarrow\frac{AO}{AC}=\frac{OE}{CD}\Rightarrow OE=3$ cm	**2p**
	b) $OE\parallel DF\Rightarrow\Delta BOE\sim\Delta BDF\Rightarrow\frac{OE}{DF}=\frac{BO}{BD}$	**3p**
	Deoarece $\frac{OE}{CD}=\frac{AO}{AC}$ și $\frac{BO}{BD}=\frac{AO}{AC}$, obținem $DF=CD$	**2p**
	c) $EO\parallel CF\Rightarrow\sphericalangle BEO\equiv\sphericalangle EFC$	**1p**
	$EO\parallel CF\Rightarrow\sphericalangle CEO\equiv\sphericalangle ECF$ și, cum $\sphericalangle BEO\equiv\sphericalangle CEO$, obținem $\sphericalangle EFC\equiv\sphericalangle ECF$	**3p**
	ΔECF este isoscel și ED este mediană, rezultă $ED\perp CF$, deci trapezul $ABCD$ este dreptunghic	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $f(x)=0\Leftrightarrow(x-2013)(x-2014)(x-2015)=0$	**2p**
	$x_1=2013$, $x_2=2014$ și $x_3=2015$	**3p**
	b) $a_3+a_2+a_1+a_0=f(1)$	**3p**
	$f(1)=(1-2013)(1-2014)(1-2015)=-2012\cdot 2013\cdot 2014<0$	**2p**
	c) $a_3=1$	**2p**
	$x_1+x_2+x_3=-\frac{a_2}{a_3}\Rightarrow a_2=-6042$	**3p**

2.	**a)** $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 (xe^x+1)dx = xe^x \Big\vert_0^1 - e^x \Big\vert_0^1 + x\Big\vert_0^1 =$	**3p**
	$=e^0+1=2$	**2p**
	b) $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)e^x=0 \Leftrightarrow x=-1$	**1p**
	$f'(x)\le 0$ pentru orice $x\in(-\infty,-1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,-1]$	**2p**
	$f'(x)\ge 0$ pentru orice $x\in[-1,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1,+\infty)$	**2p**
	c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$, $f(-1)=1-\frac{1}{e}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	**3p**
	Deoarece f este strict descrescătoare pe $(-\infty,-1)$ și strict crescătoare pe $(-1,+\infty)$, ecuația $f(x)=m$ admite exact două soluţii reale şi distincte dacă şi numai dacă $m\in\left(1-\frac{1}{e},1\right)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Itemul de tip alegere multiplă elaborat	
Corectitudinea proiectării itemului	**5p**
Elaborarea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare)	**5p**
Corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	**5p**
Itemul de tip întrebare structurată elaborat	
Corectitudinea proiectării itemului	**5p**
Elaborarea răspunsului aşteptat (baremul de evaluare)	**5p**
Corectitudinea ştiinţifică a informaţiei de specialitate	**5p**