

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”
ANUL ȘCOLAR 2014-2015
Clasa a IX-a
Filiera teoretică - Profil uman – Toate specializările
Brașov
28 februarie 2015

1. Rezolvați în $R \times R$ ecuația $x^2 - 2x + 2xy - 2y + y^2 = 3$.

Gazeta Matematică: Supliment cu exerciții.

2. Determinați toate tripletele de numere naturale care sunt simultan în progresie aritmetică și în progresie geometrică.

3. a) Suma a 3 termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice este 108. Aflați rația și cei trei termeni ai progresiei știind că pătratul termenului din mijloc este diferența pătratelor vecinilor săi.

b) Produsul a 3 termeni consecutivi ai unei progresii geometrice este 64. Aflați rația și cei trei termeni ai progresiei știind că unul dintre cei trei termeni este produsul celorlalți doi.

Codarcea-Munteanu Lavinia

4. Se consideră punctele A, B, C necoliniare. Fie punctul $M \in [BC]$ astfel încât $\overrightarrow{BM} = 5\overrightarrow{MC}$.
Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

Aurel Aldea

Notă:

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”
ANUL ȘCOLAR 2014-2015
Clasa a X-a
Filiera teoretică - Profil uman – Toate specializările
Brașov
28 februarie 2015

1. Există valori reale x pentru care numerele $\log_2(x-5)$, $\log_2(x+7)$, $\log_2(7x+1)$ să fie în progresie aritmetică?

Gazeta Matematică: Supliment cu exerciții.

2. Stabiliți care dintre următoarele numere este mai mare: $a = \log_9 6$ sau $b = \log_{12} 8$.

Gazeta Matematică: Supliment cu exerciții.

3. Să se rezolve ecuația: $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$.

Aurel Aldea

4. Determinați cardinalul mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid (3-2\sqrt{2})^x + 1 \leq 6(\sqrt{2}-1)^x\right\}$.

Sorina Stoian

Notă:

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”
ANUL ȘCOLAR 2014-2015
Clasa a XI-a
Filiera teoretică - Profil uman – Toate specializările
Brașov
28 februarie 2015

1. Într-un an de recesiune economic, produsul intern brut al unei țări a scăzut cu 20%, iar în anul următor a scăzut cu 6%. În al treilea an, produsul intern brut a ajuns ca înainte de recesiune. Cu cât a crescut produsul intern brut în al treilea an?

2. Un comerciant are portocale de calitate I cu 5 lei kilogramul și calitate a II a cu 3,80 lei kilogramul. Câte kilograme de portocale de calitate I trebuie amestecate cu 10 kilograme de portocale de calitate a II a, pentru a obține un amestec pe care să-l vândă cu 4,70 kilogramul?

3. Pentru alcătuirea unei echipe de gimnastică ritmică sunt selecționate după aptitudini, fete care au următoarele înălțimi: 1,75; 1,72; 1,74; 1,68; 1,73; 1,72; 1,75; 1,73; 1,74; 1,72; 1,69; 1,71; 1,71; 1,72; 1,75. Pentru ca echipa să fie cât mai omogenă, se impun următoarele condiții:
 - Media înălțimii echipei \bar{x} să fie cuprinsă între $[1,65; 1,75]$.
 - Abaterea medie pătratică $\sigma \leq 2,5$ cm.
 - Proporția de fete din afara intervalului $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ să nu depășească 35%.

Se poate forma echipa?

4. La un turneu de tenis de camp se joacă în system eliminatoriu (în urma unui meci câștigătorul merge în turul următor, iar învinsul este eliminat din competiție). Știind că sunt 60 de jucători participanți, iar unii jucători nu dispută primul tur, mergând direct în al doilea (pentru ca din turul 2 tabloul să conducă la un singur conducător), aflați:
 - a) Câte partide a jucat câștigătorul turneului, știind că a început din primul tur?
 - b) Câte partide s-au jucat în total?

Notă:

- Timp de lucru 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

ANUL ȘCOLAR 2014-2015

Clasa a XII-a

Filiera teoretică - Profil uman – Toate specializările

Brașov

28 februarie 2015

1. Există matrice pătrate de ordinul doi cu coeficienți întregi X astfel încât

$$X^2 = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}?$$

Gazeta Matematică: Supliment cu exerciții.

2. Fie matricea $A = (a_{i,j})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$ unde $a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{j-1} i; i \neq j \\ (-1)^{i-1} j; i = j \end{cases}$

a) Să se calculeze A^2 .

b) Să se determine matricea $S = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{15}$.

c) Să se calculeze $A^n, n \in \mathbb{N}$.

Aurel Aldea

3. Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix}$. Aflați $X \in M_3(\mathbb{R})$ astfel încât $X + {}^tX = A$.

4. Fie $a \in \mathbb{R}$ și $X(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & a \\ -2a & 1-a \end{pmatrix}$.

a) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, $(\forall) a, b \in \mathbb{R}$.

b) Calculați $X^5(1)$.

Notă: - Timp de lucru 3 ore.

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7.