



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a XII-a

filiera teoretică: profil real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL 1

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$, $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$, notăm $x^{[k]} = \underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } k\text{-ori}}$, $k \in \mathbb{N}^*$.

a) Aflați $S = \sum_{k=1}^n 5^{[k]}$;

b) Aflați $\sqrt[3]{-n} \circ \sqrt[3]{-n+1} \circ \dots \circ \sqrt[3]{-1} \circ \sqrt[3]{1} \circ \dots \circ \sqrt[3]{n}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 27$.

SUBIECTUL 2

Fie $G = \left\{ X(a) = \begin{pmatrix} 1+5a & 10a \\ -2a & 1-4a \end{pmatrix}, a \in (-1, +\infty) \right\}$.

a) Arătați că (G, \circ) este grup comutativ.

b) Aflați $(X(a))^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL 3

a) Aflați $I = \int \frac{x-1}{e^x + x} dx$, $x > 0$.

b) Aflați $I = \int \frac{x^{11}}{x^{16} + 1} dx$ și $J = \int \frac{x^3}{x^{16} + 1} dx$, $x > 0$.

SUBIECTUL 4

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{|e^x - 1| + 1}$.

a) Arătați că f admite primitive și determinați $\int f(x) dx$.

b) Determinați o primitivă $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cu proprietatea $F(1) = \frac{1}{e}$.

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu