

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

BAREM

CLASA A VII-A

1.)	Din oficiu	1p
	$n = -1 \cdot 2^2 \cdot (-3)^{-3} \cdot 4^4 \cdot (-5)^5 \cdot 6^6 = -2^2 \cdot 3^{-3} \cdot 2^8 \cdot 5^{-5} \cdot (2 \cdot 3)^6$	1p
	$n = -2^{16} \cdot 3^3 \cdot 5^{-5} = \frac{-2^{16} \cdot 3^3}{5^5}$	3p
	$\sqrt{n \cdot m} \in Q \Rightarrow m \in Z_-$	2p
	$\sqrt{2 \cdot \sqrt{n \cdot m}} = \sqrt{\sqrt{4 \cdot n \cdot m}} \in Q \Rightarrow \sqrt{\sqrt{-2^2 \cdot \frac{2^{16} \cdot 3^3}{5^5} \cdot m}} = \sqrt{\sqrt{-\frac{2^{18} \cdot 3^3}{5^5} \cdot m}} \in Q \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m = -3 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot k^4 = -60k^4$ de unde pentru $k=1 \Rightarrow m_{\max} = -60$	3p
2.)	Din oficiu	1p
	Notăm cu x suma inițială. După cumpărarea bluzei Alina va avea $100\% - 80\% = 20\%$ din banii săi, deci $x \cdot \frac{20}{100}$.	1p
	$x \cdot \frac{20}{100} + 30 + x \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{1}{4} + 30 \cdot \frac{1}{4} = x$	3p
	$30 + 7,5 = x \cdot \left(1 - \frac{20}{100} - \frac{5}{100}\right) \Rightarrow 37,5 = x \cdot \frac{75}{100}$	3p
	$x = 37,5 \cdot \frac{100}{75} \Rightarrow x = \frac{3750}{75} = 50$ Deci Alina a avut inițial 50 de lei.	2p
3.)	Din oficiu	1p
a)	$\frac{AM}{MB} = \frac{3}{1}$	2p
	$\frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}$, deci $\frac{AN}{NC} = \frac{3}{1}$	2p
	Folosirea teoremei reciproce a teoremei lui Thales	2p
b)	$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}$ de unde obținem $\frac{A_{AMN}}{A_{ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$	3p
4.)	Din oficiu	1p
	$DE \parallel AB \Rightarrow \triangle AFB \sim \triangle DFE \Rightarrow \frac{AF}{DF} = \frac{AB}{DE} \Leftrightarrow \frac{AF}{AF - DF} = \frac{AB}{AB - DE} \Leftrightarrow$	3p
	$\frac{AF}{AD} = \frac{AB}{EC}$ (1)	1p
	În $\triangle DAC$, AE bisectoare $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{EC}$ (2)	2p
	Din (1) și (2) $\Rightarrow \frac{AF}{AD} - \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{EC} - \frac{DE}{EC} = \frac{EC}{EC} = 1$.	3p