

## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

## ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

## BAREM

## CLASA A V-A

<b>1.)</b>	<b>Din oficiu</b>	<b>1p</b>
<b>a)</b>	$4b+4c=160 \Rightarrow b+c=40$	<b>1p</b>
	$2a+9b+3c=2a+6b+3b+3c =$	<b>1p</b>
	$2(a+3b)+3(b+c)=$	<b>1p</b>
	$2 \cdot 120+3 \cdot 40=240+120=360$	<b>1p</b>
<b>b)</b>	$10a + b = 4a + 3b$	<b>1p</b>
	$3a = b$	<b>1p</b>
	Aflarea soluțiilor: $a=1, b=3$ ; $a=2, b=6$ ; $a=3, b=9$	<b>2p</b>
	Aflarea numerelor: 13, 26, 39	<b>1p</b>

<b>2.)</b>	<b>Din oficiu</b>	<b>1p</b>
	Deoarece împărțitorul este 27, rezultă că restul trebuie să fie mai mic decât 27. Deci restul poate să fie 0, 1, 2, ..., 25 sau 26.	<b>1p</b>
	Deoarece restul este egal cu pătratul câtului, iar câtul este un număr natural, rezultă că restul este un pătrat perfect. Dintre numerele 0, 1, 2, ..., 26 pătrate perfecte sunt 0, 1, 4, 9, 16 și 25, deci restul poate fi 0, 1, 4, 9, 16 sau 25.	<b>1p</b>
	Când restul este 0, atunci câtul este 0, pentru că $0^2 = 0$ . Atunci numărul căutat este $0 \cdot 27 + 0 = 0$ . Când restul este 1, atunci câtul este 1, pentru că $1^2 = 1$ . Numărul căutat este $1 \cdot 27 + 1 = 28$ . Când restul este 4, atunci câtul este 2, pentru că $2^2 = 4$ . Numărul căutat este $2 \cdot 27 + 4 = 58$ . Când restul este 9, atunci câtul este 3, pentru că $3^2 = 9$ . Numărul căutat este $3 \cdot 27 + 9 = 90$ . Când restul este 16, atunci câtul este 4, pentru că $4^2 = 16$ . Numărul căutat este $4 \cdot 27 + 16 = 124$ . Când restul este 25, atunci câtul este 5, pentru că $5^2 = 25$ . Numărul căutat este $5 \cdot 27 + 25 = 160$ . Deci, numerele căutate sunt 0, 28, 58, 90, 124, 160.	<b>7p</b>

<b>3.)</b>	<b>Din oficiu</b>	<b>1p</b>
<b>a)</b>	Al 103-lea termen este $5 \cdot 102 + 3 = 513$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$5 \cdot n + 3 = 1913, n = 382$ , deci al 383-lea termen	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$3 + 8 + \dots + 748 = (3 + 748) \cdot 150 / 2 = 56325$	<b>3p</b>

4.)	Din oficiu	1p
	$A \cup B = \{x \mid 2 \leq x < 6\} = \{2, 3, 4, 5\}$ $1 \in A \cup C \Rightarrow 1 \in A \text{ sau } 1 \in C, \text{ dar } 1 \notin A \cup B \Rightarrow 1 \notin A \text{ și } 1 \notin B. \text{ Deci } 1 \in C.$ $5 \in A \cup B \Rightarrow 5 \in A \text{ sau } 5 \in B, \text{ dar } 5 \notin A \cup C \Rightarrow 5 \notin A \text{ și } 5 \notin C. \text{ Deci } 5 \in B.$ $6 \in A \cup C \Rightarrow 6 \in A \text{ sau } 6 \in C, \text{ dar } 6 \notin A \cup B \Rightarrow 6 \notin A \text{ și } 6 \notin B. \text{ Deci } 6 \in C.$	4p
	$A \cap C = \{2\} \Rightarrow 2 \in A \text{ și } 2 \in C, \text{ dar } 2 \notin A \cap B \Rightarrow 2 \notin B$ $B \cap C = \{4\} \Rightarrow 4 \in B \text{ și } 4 \in C, \text{ dar } 4 \notin A \cap C \Rightarrow 4 \notin A$ $A \cap B = \{3\} \Rightarrow 3 \in A \text{ și } 3 \in B$ $A \setminus C = \{3\} \Rightarrow 3 \notin C$	3p
	Deci $A = \{2, 3\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{1, 2, 4, 6\}$	2p