

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

CLASA A VIII-A

- 1.) a) Se consideră mulțimea $A = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$. Arătați că $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} \in A$.
- b) Fie $A = \sqrt{2^{2014} + 2^{1008} + 1}$ și $B = \sqrt{2^{2016} - 2^{1010} + 2^{1009} + 1}$.
Arătați că A și B sunt numere naturale și determinați câte numere naturale sunt în intervalul $(A; B)$.
- 2.) Numerele pozitive a, b, c verifică egalitatea $a^2b + a^2c + 2abc = 2a^3 + b^2c + bc^2$. Arătați că unul dintre ele este media aritmetică sau media geometrică a celorlalte două.
- 3.) Pe planul triunghiului dreptunghic ABC având catetele $AB = 2\sqrt{3}$ cm și $AC = 4$ cm, se ridică, de aceeași parte, perpendicularele $AM = 2$ cm și $BN = 1$ cm.
- a) Verificați, dacă triunghiul NMC este dreptunghic.
- b) Determinați distanța de la punctul M la dreapta de intersecție a planelor (ABC) și (MNC) .
- 4.) În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ avem $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm și $AA' = 3\sqrt{2}$ cm. Calculați:
- a) Sinusul unghiului determinat de dreptele AD' și BC .
- b) Distanța de la punctul C la dreapta AD' .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore