

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ -Etapa locală

GIURGIU-15.02.2015

CLASA a XII-a

1. Să se arate că:

$$\frac{e-1}{4e^2} \leq \int_1^{\sqrt{2}} e^{-x^2} dx \leq \frac{e+1}{4e^2}, e \text{ fiind numărul lui Euler.}$$

Petronela Toma, Ion Staicu , Giurgiu

2. Fie  $I$  un interval deschis de numere reale,  $a \in I$ , funcțiile  $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$ , de două ori derivabile și cu derivatele de ordinul doi continue, care verifică egalitatea:

$$f''(x)g(x) + f(x)g''(x) = 2f'(x)g'(x), \forall x \in I.$$

Știind că  $a$  este punct de extrem local pentru  $fg$ , iar  $F$  este o primitivă a funcției  $f'g'$  cu proprietatea că  $F(a)=2015$  să se calculeze integrala nedefinită a funcției  $F : I \rightarrow \mathbb{R}$ .

Tănțica Dorela Frâncu , Giurgiu

3. Se consideră mulțimea  $G = (5, \infty)$  și legea de compoziție

$$x \circ y = 5 + (x-5)^{\lg(y-5)}.$$

a) Să se arate că legea este asociativă, comutativă și cu element neutru.

b) Aflați simetricul elementului  $t = 5 + 10^{2015}$  în raport cu legea dată.

c) Rezolvați în  $G$  ecuația:

$$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2015 \text{ ori}} = x$$

Monica Coadă , Giurgiu

4. Fie  $(G, \cdot)$  un grup cu proprietatea că  $x^3 = x, \forall x \in G$ .

Arătați că  $(G, \cdot)$  este grup abelian.

\*\*\*