

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ-Etapa locală

GIURGIU-15.02.2015

CLASA a IX-a

1. a) Să se arate că $m - n\sqrt{2015} \neq 0, \forall m, n \in \mathbb{N}^*$.

b) Fie numerele $x, y, z \in \mathbb{N}^*$. Să se arate că $\frac{x - y\sqrt{2015}}{y - z\sqrt{2015}} \in \mathbb{Q}$, dacă și numai dacă

x, y, z sunt în progresie geometrică.

Ionel Tudor, Călugăreni

2. Rezolvați ecuația:

$$\left[\frac{5x}{3} \right] + \left[\frac{5x+1}{3} \right] + \left[\frac{5x+2}{3} \right] = 10x - 7.$$

Elena Țincu, Giurgiu

3. Fie ABCDEF un hexagon inscriptibil iar $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6$ ortocentrele triunghiurilor ABC, BCD, CDE, DEF, EFA respectiv FAB.

Arătați că:

a) $H_1H_2 \parallel AD \parallel H_4H_5$

b) Dreptele H_1H_4, H_2H_5 și H_3H_6 sunt concurente.

Șerban Olteanu, Giurgiu

4. Se consideră triunghiul ABC, [AD este bisectoarea unghiului BAC, $D \in (BC)$ iar [DE este bisectoarea unghiului ADC, $E \in (AC)$).

Exprimați \vec{DE} în funcție de \vec{AB} și \vec{BC} , știind că $AB=12$, $AC=18$, $BC=15$.
