

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ-Etapa locală

GIURGIU-15.02.2015

CLASA a X-a

1.Să se demonstreze inegalitatea:

$$729 \lg a \lg b \lg c \leq 8 \left(\frac{\lg^2 a}{\lg bc} + \frac{\lg^2 b}{\lg ac} + \frac{\lg^2 c}{\lg ab} + \lg abc \right)^3, \text{ unde } a, b, c > 1.$$

Paul Băiatu, Giurgiu

2.Rezolvați ecuația:

$$3^x + 4^x + 36^x + 48^x = 91 \cdot 12^{x-1}.$$

George Ionescu, Bolintin Vale

3.Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ cu $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ și $|1 + z_1| = |1 + z_2| = |1 + z_3|$.

Arătați că:

a) $|\operatorname{Im} z_1| = |\operatorname{Im} z_2| = |\operatorname{Im} z_3|$

b) $z_1^2(z_2 - z_3) + z_2^2(z_3 - z_1) + z_3^2(z_1 - z_2) = 0$.

Șerban Olteanu , Giurgiu

4.Fie ABCD un patrulater convex și paralelogramele ACPD și ABDQ.

Să se arate că:

$$\cos \angle \left(\vec{AC}, \vec{BD} \right) = \frac{BP^2 - CQ^2}{4 AC \cdot BD}.$$

Ion Safta , Gazeta Matematică,3/2012-p.26581