

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a  
etapa zonală – 15 februarie 2015

1. Într-o tabără s-au adus mere pentru gustare. Profesorul a distribuit merele în felul următor: primul copil a primit un măr și a noua parte a merelor rămase, al doilea copil a primit 2 mere și a noua parte a merelor rămase, al treilea a primit 3 mere și a noua parte a merelor rămase și așa mai departe. După ce fiecare copil și-a primit partea de mere, merele rămase în coș au revenit profesorului. Au constatat uimiți că toți au primit un număr egal de mere. Câte mere au fost în coș, câți copii au fost în tabără și câte mere a primit fiecare dintre ei?
2. Determinați cifrele  $x, y, z$  știind că sunt satisfăcute simultan condițiile  $\sqrt{xxxx - yy} = \overline{zz}$  și  $\sqrt{9 \cdot x} = z$ .
3. Numerele  $x, y, z \in \mathbb{Q}^*$  sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 5. Aflați cât la sută din  $(x+y)$  reprezintă numărul  $z$ , apoi determinați valorile lui  $x, y, z$  știind că  $|x - y + z - 1| - 1 = x$ .
4. În triunghiul dreptunghic  $ABC$  avem  $m(\angle A) = 90^\circ$ . Fie  $G$  intersecția înălțimii  $AD$ ,  $D \in (BC)$  cu bisectoarea  $(CE, E \in AB)$  și fie  $EF \perp BC$ ,  $F \in BC$ . Să se demonstreze că triunghiul  $AEG$  este isoscel, iar  $AEFG$  este romb.
5. Fie  $R$  un punct arbitrar pe latura  $[BP]$  a paralelogramului  $BPCQ$ . Prelungim latura  $[BP]$ , dincolo de  $P$  cu segmentul  $[RA] \equiv [BP]$ .  
Dacă  $[AQ] \cap [RC] = \{O\}$ , arătați că  $A_{AOC} = \frac{1}{2} \cdot A_{BPC}$

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a  
etapa zonală – 15 februarie 2015

1. Dacă scăpăm o minge dintr-o fereastră a unei clădiri, mingea va sări la o înălțime egală cu a  $\frac{2}{5}$ -a parte din distanța de la pământ.  
De la ce înălțime am scăpat mingea, știind că la a patra săritură s-a ridicat la 16 cm?
2. Să se rezolve ecuația  $2ab + 3a + b = 21$  în mulțimea numerelor naturale.
3. Pentru numerele pozitive  $a, b, c$  și  $d$  au loc relațiile:  
 $ab + bc + cd + da = 384$ ,  $b = 2a$ ,  $3b = 2c$  și  $4c = 3d$ .
  - a) Să se arate că  $b^2 = a \cdot d$  és și să se calculeze  $\frac{a}{d}$
  - b) Să se determine numerele  $a, b, c$  și  $d$ .
4. În trapezul  $ABCD$   $AB \parallel CD$ ,  $F$  este mijlocul bazei mici  $DC$ ,  $E \in (AB)$  astfel încât  $FE \parallel AD$ . Se știe că  $AB = 12$  cm și  $A_{EBCF} = 3 \cdot A_{AEFD}$ .
  - a) Calculați lungimea bazei mici  $DC$ .
  - b) Fie  $P \in (EB)$  astfel ca  $[AE] \equiv [EP]$ ,  $m(\angle A) = 60^\circ$  și  $m(\angle B) = 30^\circ$ . Demonstrați că  $APCD$  este un romb.
5. Prin punctul  $E$  situat pe diagonala  $[AC]$  a paralelogramului  $ABCD$  se duce o paralelă la  $BD$  care intersectează dreptele  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  și  $DA$  în punctele  $M, N, P$  și  $Q$ . Demonstrați că:
  - a)  $QM + PN = 2 \cdot BD$ ;
  - b)  $AM \cdot CN = AQ \cdot CP$ !