

T2**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ****"ADOLF HAIMOVICI"****etapa locală – 19 februarie 2015****CLASA A XI-A****Filiera tehnologică: profil servicii-resurse naturale și protecția mediului****BAREM DE CORECTARE****SUBIECTUL I**

a) $A(-1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A(-2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	1p
$A(-1) - 2'A(-2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	1p
b) $A^2(a) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \end{pmatrix}$ $A^3(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$	1p
$\det(A(a) + A^2(a) + A^3(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ a & a & 1 \\ a & a & a \end{vmatrix} =$	1p
$= a(a-1)^2$	1p
$\Rightarrow a \in \{0, 1\}$	1p
c) $A^3 = aI_3, A^6 = a^2I_3, A^{2016} = a^{672}I_3$	1p
$I_3 + A^3 + A^6 + \dots + A^{2016} = (1 + a + a^2 + \dots + a^{672})I_3$	1p
$a \neq 1 \Rightarrow I_3 + A^3 + A^6 + \dots + A^{2016} = \frac{a^{673} - 1}{a - 1} I_3$	1p

SUBIECTUL II

a) $A_1(2, 2), A_2(4, 3)$, aplică formula pentru ecuația dreptei	1p
$A_1A_2: -x + 2y - 2 = 0$	1p
b) $A_{\Delta A_n A_{n+1} A_{n+2}} = \frac{1}{2} \Delta , \Delta = \begin{vmatrix} 2^n & n+1 & 1 \\ 2^{n+1} & n+2 & 1 \\ 2^{n+2} & n+3 & 1 \end{vmatrix}$	1p
$ \Delta = 2^n$	1p
$A_{\Delta A_n A_{n+1} A_{n+2}} = 2^{n-1} = 1024 \Rightarrow n = 11$	1p
c) $A_0(1, 1) \Rightarrow B_0(-1, 1), C(1, -1), A_1(2, 2) \Rightarrow B_1(-2, 2)$	1p
$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow B_0, B_1, C$ coliniare	1p

SUBIECTUL III

a) Pentru $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{1, 3\}$ f are limită. $l_d(3) = 1, l_s(3) = (3+a)^2 \Rightarrow a \in \{-4, -2\}$ $l_d(1) = (1+a)^2 + 4, l_s(1) = b \Rightarrow b \in \{5, 13\}$ Concluzie $(a, b) \in \{(-4, 13), (-2, 5)\}$	1p 1p 1p
b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4, f$ admite asimptota orizontală la $-\infty$ $y = 4$ $l_d(3) = 1$ $l_s(1) = 5$ $\Rightarrow f$ nu are asimptote verticale $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = -3 \Rightarrow y = x - 3$ asimptotă oblică la ∞	1p 1p 1p 1p

SUBIECTUL IV

1. $\sqrt{a-1} = 1-a$ Condiții $a-1 \geq 0 \Rightarrow a \geq 1$ $1-a \geq 0 \Rightarrow a \leq 1$ $\Rightarrow a = 1$ Verifică $a=1$ este soluție	1p 1p
2.a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{tg(5-x)}{x^2-6x+5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{tg(5-x)}{(5-x)} \cdot \frac{5-x}{(x-1)(x-5)} =$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-1}{x-1} = \frac{-1}{4}$	1p
2.b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1} + 2016x}{-2015x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x \sqrt{1-\frac{1}{x^2}} + 2016x}{-2015x+2}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}} + 2016\right)}{x\left(-2015 + \frac{2}{x}\right)} =$ $= \frac{2015}{-2015} = -1$	1p 1p
3. Pentru $a \neq 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - a}{x^2 - 4} = \frac{9-a}{\pm 0} = \pm \infty$, nu convine Pentru $a = 9 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - 9}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^2(3^{x-2} - 1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9 \ln 3}{x+2} = \frac{9 \ln 3}{4}$	1p 1p