



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 18.02.2017

**Clasa a VI-a**

### SUBIECTUL 1

a) Să se determine numărul natural  $x$ , pentru care are loc egalitatea :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{2016}{2017}$$

b) Să se arate că  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < 2$

### SUBIECTUL 2

- a) Arătați că numărul divizorilor naturali ai numărului 2016 este pătrat perfect.
- b) Determinați numărul natural  $n$  care admite exact 4 divizori naturali, știind că produsul divizorilor este 2601.

### SUBIECTUL 3

Unghiurile  $\angle AOB$  și  $\angle BOC$  sunt unghiuri neadiacente complementare cu măsura unghiului  $\angle AOB$  de  $55^\circ$ . Fie  $(OE)$  bisectoarea unghiului  $\angle BOC$  și  $(OF)$  semidreapta opusă semidreptei  $(OE)$ .

- a) Aflați măsura unghiului  $\angle AOF$
- b) Arătați că  $\angle POQ$  și  $\angle FOA$  au aceeași bisectoare, unde  $(OP)$  și  $(OQ)$  sunt două semidrepte distincte incluse în interiorul unghiului  $\angle FOA$  și  $\angle POF \equiv \angle QOA$

### SUBIECTUL 4

Pe semidreapta  $(OX)$  se consideră punctele  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  în această ordine astfel încât  $OA_1 = 2^0 \text{ cm}$ ,  $A_1A_2 = 2^1 \text{ cm}$ ,  $\dots$ ,  $A_nA_{n+1} = 2^n \text{ cm}$ , ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

- a) Determinați lungimea segmentului  $[MA_3]$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $[A_1A_2]$
- b) Demonstrați că  $OA_n = OB_p$  dacă și numai dacă  $n=p=1$ , unde  $B_1, B_2, \dots, B_p$  sunt puncte pe semidreapta  $(OX)$ , în această ordine astfel încât  $OB_1 = 3^0 \text{ cm}$ ,  $B_1B_2 = 3^1 \text{ cm}$ ,  $\dots$ ,  $B_pB_{p+1} = 3^p \text{ cm}$  ( $p \in \mathbb{N}^*$ )

### Notă:

Timp de lucru 2 ore  
Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7  
Nu se acordă puncte din oficiu