



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 18.02.2017

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

a) Să se arate că $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$, pentru orice a și b numere reale nenegative.

b) Să se rezolve ecuația $x + y + z - 21 = 2\sqrt{x-4} + 4\sqrt{y-9} + 6\sqrt{z-22}$ în mulțimea numerelor reale.

SUBIECTUL 2

Fie numărul $S = \frac{1}{1^4+1^2+1} + \frac{2}{2^4+2^2+1} + \dots + \frac{2017}{2017^4+2017^2+1}$.

a) Arătați că $\frac{2n}{n^4+n^2+1} = \frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1}$, pentru orice număr natural nenul n .

b) Calculați $\left[S + \frac{3}{2}\right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

SUBIECTUL 3

De aceeași parte a planului unui pătrat $ABCD$, cu $AB = 2a$, $a > 0$, se ridică perpendicularele în A , B și D pe plan pe care se iau punctele E , F , respectiv G , astfel încât $AE = a$, $BF = 4a$ și $DG = a$. Arătați că:

a) $BCGE$ este dreptunghi;

b) $AF \perp CG$.

SUBIECTUL 4

Fie piramida $SABCD$, a cărei bază $ABCD$ este un romb cu latura de lungime 1, iar muchiile laterale ale piramidei au lungimile exprimate prin numere naturale nenule.

a) Arătați că $\triangle SAB$, $\triangle SBC$, $\triangle SCD$, $\triangle SDA$ sunt congruente.

b) Arătați că $ABCD$ este pătrat.

c) Dacă $SC \perp SA$, atunci determinați sinusul unghiului dintre planele (SBC) și (ABC) .

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu