

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 21 FEBRUARIE 2016
CLASA A VI-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Suma a patru numere naturale este 2598. Determinați cele patru numere naturale știind că unul dintre ele este număr prim, iar celelalte trei numere sunt consecutive.

Ionuț Mazalu, Brăila

Soluție.

$$a + a + 1 + a + 2 + p = 2598 \Rightarrow 3 \cdot a + p = 2595 \dots\dots\dots 2p$$

$$3 \cdot a : 3, 2595 : 3 \Rightarrow p : 3, p \text{ prim} \Rightarrow p = 3 \dots\dots\dots 3p$$

$$3 \cdot a = 2592 \Rightarrow a = 864, a + 1 = 865, a + 2 = 866 \dots\dots\dots 2p$$

2. Fie unghiurile adiacente suplementare $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ și $[OM]$, $[OP]$, $[OT]$ bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle AOM$, $\sphericalangle MOC$. Dacă $[OB']$ este semidreapta opusă semidreptei $[OB]$ și $m(\sphericalangle TOB') = 120^\circ$, atunci determinați $m(\sphericalangle POM)$.

Ciprian Dobraniș, Brăila

Soluție.

$$\text{Fie } m(\sphericalangle MOT) = m(\sphericalangle TOC) = x \Rightarrow m(\sphericalangle BOT) = 3 \cdot x = 60^\circ \Rightarrow x = 20^\circ \dots\dots\dots 3p$$

$$m(\sphericalangle BOC) = 80^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 100^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOM) = 140^\circ \dots\dots\dots 3p$$

$$m(\sphericalangle POM) = 140^\circ : 2 = 70^\circ \dots\dots\dots 1p$$

3. Fie punctele O , A , B , C coliniare, în această ordine. Punctele S , T , Q sunt mijloacele segmentelor $[OA]$, $[OB]$ și $[OC]$. Dacă lungimea segmentului determinat de mijloacele segmentelor $[ST]$ și $[TQ]$ este egală cu 12 cm, atunci determinați lungimea segmentului $[AC]$.

Daniela Stănică, Brăila

Soluție.

$$\text{Fie } OA = x, AB = y, BC = z \Rightarrow OS = SA = \frac{x}{2}, OT = TB = \frac{x+y}{2}, OQ = QC = \frac{x+y+z}{2} \dots\dots\dots 3p$$

$$ST = \frac{x+y}{2} - \frac{x}{2} = \frac{y}{2}, TQ = \frac{x+y+z}{2} - \frac{x+y}{2} = \frac{z}{2} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{y+z}{4} = 12 \Rightarrow y+z = 48 \Rightarrow AC = 48 \text{ cm} \dots\dots\dots 2p$$

4. Determinați numărul de forma \overline{abc} astfel încât $10 \cdot \left(\frac{\overline{ab}}{c} - 1 \right) + \frac{\overline{bc}}{a} = 82$.

Nicolae Stănică, G.M.

Soluție.

$$\frac{10 \cdot \overline{ab}}{c} + \frac{\overline{bc}}{a} = 92 \text{ sau } \frac{\overline{ab0}}{c} + \frac{\overline{bc}}{a} = 92 \text{ sau } \frac{\overline{abc} - c}{c} + \frac{\overline{abc} - 100a}{a} = 92 \dots\dots\dots 3p$$

$$\frac{\overline{abc}}{c} - 1 + \frac{\overline{abc}}{a} - 100 = 92 \text{ sau } \overline{abc} \cdot \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) = 193 \text{ sau } \overline{abc} \cdot (a+c) = 193 \cdot a \cdot c \dots\dots\dots 2p$$

Deoarece 193 este număr prim, obținem că $\overline{abc} : 193 \dots\dots\dots 1p$

Deci $\overline{abc} \in \{193; 386; 579; 772; 965\}$ și doar 386 verifică relația din enunțul problemei.....1p