

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
“ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 21.02.2016  
Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

**CLASA a XI-a, SUBIECTE**

1. Se consideră numerele reale  $a, b, c$ , funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3x + 4$  și

$$\text{determinanții } A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ f(a) & f(b) & f(c) \end{vmatrix}.$$

a) Arătați că  $A = (b-a) \cdot (c-a) \cdot (c-b)$ .

b) Demonstrați că  $A = B$ .

c) Arătați că, pentru orice trei puncte distincte din plan, cu coordonate naturale, situate pe graficul funcției  $f$ , aria triunghiului cu vârfurile în aceste puncte este un număr natural.

2. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 36 & 28 \\ 28 & 36 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ .

a) Arătați că, dacă  $X \in M_2(\mathbb{R})$  astfel încât  $AX = XA$ , atunci există numerele reale  $a$

și  $b$  astfel încât  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

b) Rezolvați în mulțimea  $M_2(\mathbb{R})$  ecuația  $X^3 = A$ .

3. Fie numerele reale nenule  $a$  și  $b$ . Determinați valorile posibile ale limitei:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( a\sqrt{x^2 + x + 1} + b\sqrt{9x^2 + 2x + 1} \right).$$

4. Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}, a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ . Determinați  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  pentru care graficul funcției admite  $x = 3$  asimptotă verticală, asimptotă oblică  $y = x + 2$  și  $f(1) = 1$ .

*Probleme selectate de prof. Mădălina Teodorescu*

**Notă:1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

**2. Listele cu elevii calificați la etapa județeană și baremele vor fi afișate la avizierul unităților școlare și pe site-ul [matematicabr.weebly.com](http://matematicabr.weebly.com).**