

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 21.02.2016
Filiera teoretică, profilul umanist, Filiera vocațională**

CLASA A XII-A, SUBIECTE

1. Se consideră matricele $U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ și $V = \begin{pmatrix} \alpha & 9 \\ 1 & \alpha \end{pmatrix}$. Să se arate că, dacă

$$X \cdot V = U, \text{ atunci } x \cdot (\alpha^2 - 9) = 0.$$

2. Se consideră mulțimea $H = \{X \in M_2(\mathbb{R}) / X^2 = X\}$. Să se arate că, dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in H$,

atunci $a + d \in \{0, 1, 2\}$.

3. Fie $\Delta = \begin{vmatrix} 1 + \frac{1}{x} & 1 + x \\ 1 - \frac{1}{x} & x \end{vmatrix}$, unde $x \in \mathbb{Z}^*$. Determinați valorile întregi ale lui x pentru care $\Delta \in \mathbb{Z}$.

Ligia Isim

4. Fie $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq 3}$, unde $a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i+j} (i-j), & i > j \\ \left\lfloor \frac{i+2}{j} \right\rfloor, & i \leq j \end{cases}$ și $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

a) Arătați că $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\det(A + xI_3) = 3$.

Valentin Damian

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

2. Listele cu elevii calificați la etapa județeană și baremele vor fi afișate la avizierul unităților școlare și pe site-ul matematicabr.weebly.com.