

Barem clasa a VIII –a

Olimpiada locală de matematică -21 februarie 2016

1a) Ridicând la pătrat relația $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ obținem $(a-b)^2 \geq 0$. 3p

b) Aplicând a) $\sqrt{\frac{1+x^2}{2}} + \sqrt{\frac{1+y^2}{2}} + \sqrt{\frac{1+z^2}{2}} \geq \frac{1+x}{2} + \frac{1+y}{2} + \frac{1+z}{2} = 2$ de unde obținem relația din enunț. 4p

2. Notăm cu N mijlocul $[VA]$, Q mijlocul $[AD]$, P mijlocul $[BC]$ și $VQ \cap MN = \{S\}$.

Demonstrăm că :

ΔVQP echilateral 2p

S mijlocul $[VQ]$ 1p

$VS \perp (BCM)$ 3p

$d(V, (BCM)) = VS = 3cm$. 1p

3. $\left| |x-2|-3 \right| - 4 + \sqrt{4y(y+1) + 3z(3z+10) + 35} \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} \left| |x-2|-3 \right| - 4 = 0 \\ \sqrt{(2y+1)^2 + (3z+5)^2 + 9} = 3 \end{cases}$ 4p

Obținem tripletele $\left(9, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{3}\right)$ și $\left(-5, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{3}\right)$. 3p

4.a) $(AI \text{ bisectoarea } \square HAD \overset{T \text{ Bisectoarei}}{\Rightarrow} HI = 4\sqrt{3}cm ; ID = 2\sqrt{3}cm$ 1p

$A_{BCGJ} = 5 \cdot A_{GFJ} \Rightarrow BJ = 4\sqrt{3}cm ; FJ = 2\sqrt{3}cm$ 1p

$AIGJ$ paralelogram 1p

b) Construim

$\left. \begin{array}{l} JS \perp EA, S \in EA \Rightarrow JS \perp (AED) \\ SM \perp AI, M \in AI \end{array} \right\} \Rightarrow JM \perp AI$ 2p

$A_{BCGJ} = 40\sqrt{3}cm^2 \Rightarrow JM = 10cm ; SM = 6cm$ 1p

$AB = 8cm$ 1p