
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21.02.2016
CLASA A VII-A

Subiectul I

- a) Să se arate că există numere iraționale x pentru care $\sqrt{3-x^2}$ este număr rațional.
b) Există numere raționale x pentru care numărul $\sqrt{3-x^2}$ să fie rațional? Justificați răspunsul dat.

Subiectul II

Se consideră numerele: $S_1 = [\sqrt{1 \cdot 2}]$, $S_2 = [\sqrt{1 \cdot 2}] + [\sqrt{2 \cdot 3}]$, ..., $S_n = [\sqrt{1 \cdot 2}] + [\sqrt{2 \cdot 3}] + [\sqrt{3 \cdot 4}] + \dots + [\sqrt{n \cdot (n+1)}]$, unde prin $[a]$ am notat partea întreagă a numărului a și n este un număr natural nenul.

- a) Calculați S_{63} .
b) Demonstrați că numărul $A = \sqrt{2 \cdot S_n + n}$ nu este rațional, oricare ar fi numărul natural nenul n .

Subiectul III

Fie $ABCD$ un paralelogram cu $BC > 2 \cdot AB$. Bisectoarea unghiului ABC intersectează diagonala AC în punctul E , iar bisectoarea unghiului DCB intersectează diagonala BD în punctul F .

- a) Arătați că aria triunghiului AEB este egală cu aria triunghiului CFD .
b) Demonstrați că dreapta EF este paralelă cu dreapta BC .

Subiectul IV

Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Bisectoarea unghiului ACB intersectează dreapta AD în punctul G și latura AB în punctul E . Se notază cu F piciorul perpendicularei din E pe latura BC .

- a) Arătați că patrulaterul $AEFG$ este romb.
b) Dacă triunghiul AEG este echilateral, aflați raportul dintre aria patrulaterului $AEFG$ și aria triunghiului ABC .

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7