



INSPECTORATUL
ȘCOLAR JUDEȚEAN
MEHEDINȚI



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-21 FEBRUARIE 2016

Clasa a XII-a

SUBIECTUL I: Pe mulțimea $G = (0, 2)$ definim legea de compoziție: $x \circ y = \frac{xy}{xy-x-y+2}$

Să se calculeze:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{(x \circ x \circ \dots \circ x)}_{\text{de „n”ori}}$$

Daniel Sitaru, Leonard Giugiuc

SUBIECTUL II: Să se arate că dacă $a, b, c \in (0, \infty)$ atunci:

$$ab + bc + ca \leq \ln(a^a \cdot b^b \cdot c^c) + \frac{e^a + e^b + e^c}{e}$$

Daniel Sitaru

SUBIECTUL III: Să se arate că:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\arctg x \arctg \frac{1}{x} \right) dx \leq \frac{\pi^3}{96}$$

Daniel Sitaru

SUBIECTUL IV: Să se calculeze:

$$I = \int_{-1}^1 \left(\frac{2^x \operatorname{tg}^2 x}{1 + 2^x} + \frac{3^x \operatorname{tg}^4 x}{1 + 3^x} \right) dx$$

Daniel Sitaru, Claudia Nănuți

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.