



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a IX-a
19.02.2016

Subiectul I.(7 puncte)

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $\sum_{k=1}^{2n} ([x] + [(-1)^k x + k]) = 2n(n+2)$.

Am notat cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x .

Prof. Poenaru Teodor, Liceul Teoretic „Nicolae Bălcescu” Cluj-Napoca

Subiectul II. (7 puncte)

Fie $x, y, z \in \mathbb{R} - \{1\}$ numere reale astfel încât $x + y + z = 4$, $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ și $xyz = a$, $a \in \mathbb{R} - \{2\}$

Calculați valoarea expresiei $E = \frac{1}{xy + z - 3} + \frac{1}{yz + x - 3} + \frac{1}{zx + y - 3}$.

Prof. Jecan Eugen, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Subiectul III. (7 puncte)

Fie $ABCD$ un patrulater convex. Punctele M, N, P și Q impart segmentele $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ și respectiv $[DA]$ în același raport. Demonstrați că dreptele AC , BD , MP și NQ sunt concurente dacă și numai dacă $ABCD$ este paralelogram.

Prof. Alb Nicolae, Lic. Teoretic „Octavian Goga” Huedin

Subiectul IV. (7 puncte)

Se consideră hexagonul inscriptibil $ABCDEF$ și H_1, H_2, H_3, H_4 ortocentrele triunghiurilor ABC , BCD , DEF , FAE . Să se arate că pentru orice puncte M, N, P și Q din plan care satisfac relația $\overrightarrow{H_1M} + \overrightarrow{H_3P} = \overrightarrow{H_2N} + \overrightarrow{H_4Q}$, $MNPQ$ este paralelogram.

Prof. Camelia Maria Magdaș Colegiul Național “Andrei Mureșanu” Dej

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!