



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a XII-a
19.02.2016

Subiectul I. (7 puncte)

Determinați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care admite primitive și verifică pentru orice număr real x , egalitatea: $f(x) - F(x) = |x - 1|$, unde F este o primitivă a lui f .

Prof. Jecan Eugen, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Subiectul II. (7 puncte)

a) Fie (G, \cdot) un grup abelian cu 2016 elemente. Demonstrați că există $x \in G \setminus \{e\}$ astfel încât $x^2 = e$ (e este elementul neutru din G).

b) Calculați: $\int \frac{1}{x^{2016} + x} dx, x > 0$.

Prof. Pop Simona Maria, Colegiul de Comunicații „Augustin Maior” Cluj-Napoca

Subiectul III. (7 puncte)

Se consideră $I_n = \int_0^4 \sqrt[n]{x^n + (4 - x)^n} dx, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Prof. Alb Nicolae, Liceul Teoretic “Octavian Goga” Huedin

Subiectul IV. (7 puncte)

Fie (G, \cdot) un grup și $x, y \in G$ cu proprietatea că $\text{ord}(x) = 3, y^4 = e, xy = y^3x$. Să se arate că dacă $y \in G \setminus \{e\}$ atunci $\text{ord}(y) = 2$ și $xy = yx$.

Prof. Anca Cristina Hodorogea, Inspectoratul școlar Județean Cluj

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!